

SCHRIFTEN ZUR  
WISSENSCHAFTLICHEN WELTAUFFASSUNG

HERAUSGEGEBEN VON

PHILIPP FRANK  
o. ö. PROFESSOR AN DER  
UNIVERSITÄT PRAG

UND

MORITZ SCHLICK  
o. ö. PROFESSOR AN DER  
UNIVERSITÄT WIEN

BAND 8

BC  
155  
C52

**LOGISCHE SYNTAX  
DER SPRACHE**

VON

**RUDOLF CARNAP**



WIEN · VERLAG VON JULIUS SPRINGER · 1934

ALLE RECHTE, INSBESONDERE DAS DER ÜBERSETZUNG  
IN FREMDE SPRACHEN, VORBEHALTEN  
COPYRIGHT 1934 BY JULIUS SPRINGER IN VIENNA  
PRINTED IN AUSTRIA

## Vorwort.

Seit beinahe einem Jahrhundert sind Mathematiker und Logiker mit Erfolg bemüht, aus der Logik eine strenge Wissenschaft zu machen. Dieses Ziel ist in einem gewissen Sinn erreicht worden: man hat gelernt, in der Logistik mit Symbolen und Formeln ähnlich denen der Mathematik in strenger Weise zu operieren. Aber ein logisches Buch muß außer den Formeln auch Zwischentext enthalten, der mit Hilfe der gewöhnlichen Wortsprache über die Formeln spricht und ihren Zusammenhang klar macht. Dieser Zwischentext läßt oft an Klarheit und Exaktheit manches zu wünschen übrig. In den letzten Jahren nun hat sich bei den Logikern verschiedener Richtungen immer mehr die Einsicht entwickelt, daß dieser Zwischentext das Wesentliche an der Logik ist und daß es darauf ankommt, für diese Sätze über Sätze eine exakte Methode zu entwickeln. Dieses Buch will die systematische Darstellung einer solchen Methode, der „logischen Syntax“, geben (nähere Erläuterungen in der Einleitung, §§ 1, 2).

In unserem „Wiener Kreis“ und in manchen ähnlich gerichteten Gruppen (in Polen, Frankreich, England, USA. und vereinzelt sogar in Deutschland) hat sich gegenwärtig die Auffassung immer deutlicher herausgebildet, daß die traditionelle metaphysische Philosophie keinen Anspruch auf Wissenschaftlichkeit machen kann. Was an der Arbeit des Philosophen wissenschaftlich haltbar ist, besteht — soweit es nicht empirische Fragen betrifft, die der Realwissenschaft zuzuweisen sind — in logischer Analyse. Die logische Syntax will nun ein Begriffsgebäude, eine Sprache liefern, mit deren Hilfe die Ergebnisse logischer Analyse exakt formulierbar sind. Philosophie wird durch Wissenschaftslogik, d. h. logische Analyse der Begriffe und Sätze der Wissenschaft ersetzt; Wissenschaftslogik ist nichts

anderes als logische Syntax der Wissenschaftssprache. Das ist das Ergebnis, zu dem die Überlegungen des Schlußkapitels dieses Buches führen.

Dieses Buch will für die Bearbeitung der Probleme der Wissenschaftslogik das erforderliche Werkzeug in Gestalt einer exakten syntaktischen Methode liefern. Das geschieht zunächst dadurch, daß die Syntax zweier besonders wichtiger Beispielsprachen aufgestellt wird, die wir als „Sprache I“ und „Sprache II“ bezeichnen. Sprache I ist von einfacher Gestalt und umfaßt einen engeren Begriffskreis. Sprache II ist reicher an Ausdrucksmitteln; in ihr können alle Sätze der klassischen Mathematik und der klassischen Physik formuliert werden. Bei beiden Sprachen wird nicht — wie in der Logistik sonst meist — nur der mathematisch-logische Teil der Sprache dargestellt und untersucht, sondern wesentlich auch die synthetischen, empirischen Sätze. Diese, die sog. Wirklichkeitssätze, bilden den Kern der Wissenschaft; die mathematisch-logischen Sätze sind analytisch, ohne Wirklichkeitsgehalt, nur formale Hilfsmittel.

Am Beispiel der Sprache I wird gezeigt, wie es möglich ist, die Syntax einer Sprache in dieser Sprache selbst zu formulieren (Kap. II). Die naheliegende Befürchtung, daß dabei Widersprüche (die sog. „epistemologischen“ oder „sprachlichen“ Antinomien) auftreten müßten, besteht nicht zu Recht.

Nach der Syntax der Sprachen I und II wird (in Kap. IV) der Entwurf einer allgemeinen Syntax beliebiger Sprachen gegeben. Dieser Versuch ist vom Ziel noch weit entfernt. Die Aufgabe jedoch ist von grundsätzlicher Bedeutung. Der Kreis der möglichen Sprachformen und damit der verschiedenen möglichen Logiksysteme ist nämlich unvergleichlich viel größer als der sehr enge Kreis, in dem man sich in den bisherigen Untersuchungen der modernen Logik bewegt hat. Bisher ist man von der schon klassisch gewordenen Sprachform, die Russell gegeben hat, nur hin und wieder in einigen Punkten abgewichen. Man hat z. B. etwa gewisse Satzformen (z. B. die unbeschränkten Existenzsätze) oder Schlußregeln (z. B. den Grundsatz vom ausgeschlossenen Dritten) gestrichen. Andererseits hat man aber auch einige Erweiterungen gewagt. Man hat z. B. in Analogie zum zweiwertigen Satzkalkül interessante mehrwertige Kalküle aufgestellt, die schließlich zu einer Wahrscheinlichkeitslogik

geführt haben; man hat sog. intensionale Sätze eingeführt und mit ihrer Hilfe eine Modalitätslogik entwickelt. Der Grund dafür, daß man sich bisher nicht weiter von der klassischen Form zu entfernen wagt, liegt wohl in der weit verbreiteten Auffassung, man müsse die Abweichungen „rechtfertigen“, d. h. nachweisen, daß die neue Sprachform „richtig“ sei, die „wahre Logik“ wiedergebe. Diese Auffassung und die aus ihr entspringenden Scheinfragen und müßigen Streitigkeiten auszuschalten, ist eine der Hauptaufgaben dieses Buches. Hier wird die Auffassung vertreten, daß man über die Sprachform in jeder Beziehung vollständig frei verfügen kann; daß man die Formen des Aufbaues der Sätze und die Umformungsbestimmungen (gewöhnlich als „Grundsätze“ und „Schlußregeln“ bezeichnet) völlig frei wählen kann. Beim Aufbau einer Sprache geht man bisher gewöhnlich so vor, daß man den logisch-mathematischen Grundzeichen eine Bedeutung beilegt und dann überlegt, welche Sätze und Schlüsse auf Grund dieser Bedeutung logisch richtig erscheinen. Da die Bedeutungsbeilegung in Worten geschieht und daher ungenau ist, kann diese Überlegung auch nicht anders als ungenau und mehrdeutig sein. Der Zusammenhang wird erst dann klar, wenn man ihn von der umgekehrten Richtung aus betrachtet: man wähle willkürlich irgendwelche Grundsätze und Schlußregeln; aus dieser Wahl ergibt sich dann, welche Bedeutung die vorkommenden logischen Grundzeichen haben. Bei dieser Einstellung verschwindet auch der Streit zwischen den verschiedenen Richtungen im Grundlagenproblem der Mathematik. Man kann die Sprache in ihrem mathematischen Teil so einrichten, wie die eine, oder so, wie die andere Richtung es vorzieht. Eine Frage der „Berechtigung“ gibt es da nicht; sondern nur die Frage der syntaktischen Konsequenzen, zu denen die eine oder andere Wahl führt, darunter auch die Frage der Widerspruchsfreiheit. Die angedeutete Einstellung — wir werden sie als „Toleranzprinzip“ formulieren (S. 44) — bezieht sich aber nicht nur auf die Mathematik, sondern auf alle logischen Fragen überhaupt. Von diesem Gesichtspunkt aus wird die Aufgabe der Aufstellung einer allgemeinen Syntax wichtig, d. h. der Definition von syntaktischen Begriffen, die auf Sprachen beliebiger Form anwendbar sind. Im Bereich der allgemeinen Syntax kann man z. B. für die Sprache der Gesamtwissenschaft oder irgendeiner Teilwissen-

schaft eine bestimmte Form wählen und ihre charakteristischen Unterschiede zu den andern möglichen Sprachformen exakt angeben. Jene ersten Versuche, das Schiff der Logik vom festen Ufer der klassischen Form zu lösen, waren, historisch betrachtet, gewiß kühn. Aber sie waren gehemmt durch das Streben nach „Richtigkeit“. Nun aber ist die Hemmung überwunden; vor uns liegt der offene Ozean der freien Möglichkeiten.

An manchen Stellen im Text werden Hinweise auf die wichtigste Literatur gegeben. Vollständigkeit ist dabei nicht angestrebt worden; weitere Literaturangaben findet man leicht in den angegebenen Schriften. (Die wichtigsten Literaturhinweise finden sich an folgenden Stellen: S. 86ff. Vergleich unsrer Sprache II mit andern logischen Systemen; S. 98ff. über Klassensymbolik; S. 111ff. über syntaktische Bezeichnungen; S. 196f. über Modalitätslogik; S. 206ff., 248f. über Wissenschaftslogik.)

Für die Gedankengänge dieses Buches habe ich viele Anregungen aus Schriften, Briefen und Gesprächen über logische Probleme erhalten. Die wichtigsten Namen seien hier genannt. Am meisten verdanke ich den Vorlesungen und Büchern von Frege. Durch ihn wurde ich auch auf das Standardwerk der Logistik aufmerksam gemacht, auf die „Principia Mathematica“ von Whitehead und Russell. Den Gesichtspunkt der formalen Theorie der Sprache (in unserer Terminologie: der Syntax) hat zuerst Hilbert für die Mathematik in seiner „Metamathematik“ entwickelt, der die polnischen Logiker, besonders Ajdukiewicz, Lesniewski, Lukasiewicz, Tarski eine „Metalogik“ an die Seite gestellt haben. Für diese Theorie hat Gödel die fruchtbare Methode der „Arithmetisierung“ geschaffen. Zum Gesichtspunkt und zur Methode der Syntax habe ich besonders aus Gesprächen mit Tarski und Gödel wertvolle Anregungen erhalten. Für die Überlegungen über den Zusammenhang zwischen Wissenschaftslogik und Syntax habe ich Wittgenstein vieles zu verdanken; über die Unterschiede unserer Auffassungen vgl. S. 208ff. (Zu meinen Bemerkungen, besonders in §§ 17 und 67, gegen Wittgensteins frühere dogmatische Einstellung teilt mir jetzt Herr Schlick mit, daß Wittgenstein schon seit mehreren

Jahren in unveröffentlichten Arbeiten die Regeln der Sprache als völlig frei wählbar hinstellt. Auch sonst habe ich vieles aus den Schriften von Autoren gelernt, mit deren Auffassung ich nicht ganz übereinstimme; hier sind in erster Linie Weyl, Brouwer, Lewis zu nennen. Den Herren Behmann und Gödel danke ich herzlich dafür, daß sie das Manuskript dieses Buches in einer früheren Fassung (1932) gelesen und mir zahlreiche wertvolle Verbesserungsvorschläge gemacht haben.

Wegen Platzmangel mußten einige hergehörige Untersuchungen ausgeschieden werden (vgl. die Hinweise in § 34 und 60). Diese werden zum Teil in den Monatsheften für Mathematik und Physik veröffentlicht.

Prag, im Mai 1934.

R. C.

## Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Einleitung .....	1
1. Was ist logische Syntax? .....	1
2. Sprachen als Kalküle .....	4
<b>I. Die definite Sprache I .....</b>	<b>10</b>
<b>A. Formbestimmungen für Sprache I .....</b>	<b>10</b>
3. Prädikate und Funktoren .....	10
4. Syntaktische Frakturzeichen .....	13
5. Die Verknüpfungszeichen .....	17
6. All- und Existenzsätze .....	19
7. Der K-Operator .....	21
8. Die Definitionen .....	21
9. Sätze und Zahlausdrücke .....	24
<b>B. Umformungsbestimmungen für Sprache I .....</b>	<b>25</b>
10. Allgemeines über Umformungsbestimmungen ...	25
11. Die Grundsätze der Sprache I .....	27
12. Die Schlußregeln der Sprache I .....	29
13. Ableitungen und Beweise in I .....	30
14. Folgebestimmungen für Sprache I .....	34
<b>C. Bemerkungen zur definiten Sprachform .....</b>	<b>40</b>
15. Definit und indefinit .....	40
16. Zum Intuitionismus .....	41
17. Toleranzprinzip der Syntax .....	44
<b>II. Formaler Aufbau der Syntax der Sprache I .....</b>	<b>46</b>
18. Die Syntax von I kann in I formuliert werden	46
19. Arithmetisierung der Syntax .....	47
20. Allgemeine Bestimmungen .....	51
21. Formbestimmungen: 1. Zahlausdrücke und Sätze	54
22. Formbestimmungen: 2. Definitionen .....	58
23. Umformungsbestimmungen .....	64
24. Deskriptive Syntax .....	66
25. Arithmetische, axiomatische und physikalische Syntax .....	68
<b>III. Die indefinite Sprache II .....</b>	<b>74</b>
<b>A. Formbestimmungen für Sprache II .....</b>	<b>74</b>
26. Zeichenbestand der Sprache II .....	74
27. Einteilung der Typen .....	75

	Seite
28. Formbestimmungen für Zahlausdrücke und Sätze	78
29. Formbestimmungen für Definitionen.....	79
<b>B. Umformungsbestimmungen für Sprache II.....</b>	<b>80</b>
30. Die Grundsätze der Sprache II.....	80
31. Die Schlußregeln der Sprache II.....	84
32. Ableitungen und Beweise in II.....	85
33. Vergleich der Grundsätze und Regeln von II mit denen anderer Systeme.....	86
34. Folgebestimmungen für Sprache II.....	88
<b>C. Weitere Untersuchungen zur Sprache II.....</b>	<b>90</b>
35. Syntaktische Sätze, die sich auf sich selbst beziehen.....	90
36. Unentscheidbare Sätze.....	93
37. Prädikate als Klassenzeichen.....	95
38. Die Ausschaltung der Klassen.....	98
39. Reelle Zahlen.....	101
40. Die Sprache der Physik.....	104
<b>IV. Allgemeine Syntax.....</b>	<b>106</b>
<b>A. Objektsprache und Syntaxsprache.....</b>	<b>106</b>
41. Über syntaktische Bezeichnungen.....	106
42. Notwendigkeit der Unterscheidung zwischen einem Ausdruck und seiner Bezeichnung.....	109
43. Über die Zulässigkeit indefiniter Begriffe.....	113
44. Über die Zulässigkeit imprädikativer Begriffe..	115
45. Indefinite Begriffe in der Syntax.....	118
<b>B. Syntax beliebiger Sprachen.....</b>	<b>120</b>
<b>a) Allgemeines.....</b>	<b>120</b>
46. Formbestimmungen.....	120
47. Umformungsbestimmungen; a-Begriffe.....	123
48. f-Begriffe.....	125
49. Gehalt.....	128
50. Logische und deskriptive Ausdrücke; Teilsprache	130
51. Logische und physikalische Bestimmungen.....	133
52. L-Begriffe; ‚analytisch‘ und ‚kontradiktorisch‘..	135
<b>b) Variable.....</b>	<b>139</b>
53. Stufensystem; Prädikate und Funktoren.....	139
54. Einsetzung; Variable und Konstanten.....	142
55. All- und Existenzoperatoren.....	148
56. Spielraum.....	151
57. Satzverknüpfungen.....	153

	Seite
<b>c) Arithmetik; Widerspruchsfreiheit.....</b>	<b>157</b>
58. Arithmetik.....	157
59. Widerspruchsfreiheit und Vollständigkeit einer Sprache.....	159
60. Die Antinomien.....	163
<b>d) Übersetzung und Deutung.....</b>	<b>165</b>
61. Übersetzung einer Sprache in eine andre.....	165
62. Die Deutung einer Sprache.....	170
<b>e) Extensionalität.....</b>	<b>176</b>
63. Quasi-syntaktische Sätze.....	176
64. Die beiden Deutungen quasi-syntaktischer Sätze	180
65. Extensionalität in bezug auf Teilsätze.....	183
66. Extensionalität in bezug auf Teilausdrücke....	186
67. Extensionalitätsthese.....	188
68. Intensionale Sätze der autonomen Redeweise..	189
69. Intensionale Sätze der Modalitätslogik.....	192
70. Die quasi-syntaktische und die syntaktische Methode der Modalitätslogik.....	198
71. Ist eine intensionale Logik erforderlich?.....	200
<b>V. Philosophie und Syntax.....</b>	<b>203</b>
<b>A. Über die Form der Sätze der Wissenschaftslogik</b>	<b>203</b>
72. Wissenschaftslogik anstatt Philosophie.....	203
73. Wissenschaftslogik ist Syntax der Wissenschafts- sprache.....	207
74. Pseudo-Objektsätze.....	210
75. Sätze über Bedeutung.....	214
76. Allwörter.....	219
77. Allwörter in inhaltlicher Redeweise.....	223
78. Verwirrung in der Philosophie durch die inhaltliche Redeweise.....	225
79. Philosophische Sätze in inhaltlicher und formaler Redeweise.....	228
80. Gefahren der inhaltlichen Redeweise.....	235
81. Zulässigkeit der inhaltlichen Redeweise.....	239
<b>B. Wissenschaftslogik als Syntax.....</b>	<b>243</b>
82. Die physikalische Sprache.....	243
83. Die sog. Grundlagenprobleme der Wissenschaften	250
84. Das Grundlagenproblem der Mathematik.....	253
85. Syntaktische Sätze in fachwissenschaftlichen Abhandlungen.....	256
86. Wissenschaftslogik ist Syntax.....	259
Literaturverzeichnis und Namenregister.....	262
Sachregister.....	269

## Einleitung.

### 1. Was ist logische Syntax?

Unter der **logischen Syntax** einer Sprache verstehen wir die **formale Theorie** der Sprachformen dieser Sprache: die systematische Aufstellung der formalen Regeln, die für diese Sprache gelten, und die Entwicklung der Konsequenzen aus diesen Regeln. **Formal** soll eine Theorie, eine Regel, eine Definition od. dgl. heißen, wenn in ihr auf die Bedeutung der Zeichen (z. B. der Wörter) und auf den Sinn der Ausdrücke (z. B. der Sätze) nicht Bezug genommen wird, sondern nur auf Art und Reihenfolge der Zeichen, aus denen die Ausdrücke aufgebaut sind.

Nach üblicher Auffassung sind **Syntax** und **Logik** trotz mancher Zusammenhänge im Grunde Theorien sehr verschiedener Art. Die **Syntax** einer Sprache stellt Regeln auf, nach denen die sprachlichen Gebilde (z. B. die Sätze) aus Elementen (z. B. aus Wörtern und Wortteilen) zusammengesetzt sind. Die **Hauptaufgabe** der **Logik** sieht man dagegen in der Aufstellung von Regeln, nach denen Urteile aus andern Urteilen erschlossen werden können. Durch die Entwicklung der **Logik** in den letzten Jahrzehnten hat sich jedoch immer deutlicher herausgestellt, daß sie nur dann exakt betrieben werden kann, wenn sie sich nicht auf die Urteile (Gedanken oder Gedankeninhalte) bezieht, sondern auf die sprachlichen Ausdrücke, insbesondere die Sätze. Nur in bezug auf diese lassen sich scharfe Regeln aufstellen. Und in der Praxis hat ja tatsächlich jeder **Logiker** seit **Aristoteles** sich bei der Aufstellung von Regeln an die Sätze gehalten. Aber auch diejenigen modernen **Logiker**, die mit uns der Auffassung sind, daß die **Logik** es mit den Sätzen zu tun hat, pflegen doch meist zu meinen, daß es sich in der **Logik** um die Sinnbeziehungen zwischen Sätzen handle; im Unterschied zu den Regeln der **Syntax** seien die der **Logik** nicht-formal. Demgegenüber soll

hier die Auffassung vertreten und durchgeführt werden, daß auch die Logik die Sätze formal zu behandeln hat. Wir werden sehen, daß die logischen Eigenschaften von Sätzen (z. B. ob ein Satz analytisch, synthetisch oder kontradiktorisch ist, ob er ein Existenzsatz ist od. dgl.) und die logischen Beziehungen zwischen Sätzen (z. B. ob zwei Sätze einander widersprechen oder miteinander verträglich sind, ob der eine aus dem andern logisch folgt od. dgl.) nur von der syntaktischen Struktur der Sätze abhängen. So wird die Logik zu einem Teil der Syntax, wenn diese weit genug gefaßt und exakt formuliert wird. Der Unterschied zwischen den syntaktischen Regeln im engeren Sinn und den logischen Schlußregeln ist nur der Unterschied zwischen Formregeln und Umformungsregeln; beide aber verwenden keine andern als syntaktische Bestimmungen. So ist es gerechtfertigt, wenn wir das System, das Formregeln und Umformungsregeln zusammenfaßt, als logische Syntax bezeichnen.

Die Aufstellung der formalen Form- und Umformungsregeln in bezug auf eine natürliche Wortsprache (z. B. die deutsche, die lateinische) würde infolge des unsystematischen und logisch mangelhaften Aufbaues so kompliziert sein, daß sie praktisch kaum durchführbar wäre. Dasselbe gilt auch für die künstlichen Wortsprachen (z. B. Esperanto); wenn sie auch manche logischen Mängel der natürlichen Sprachen vermeiden, so müssen sie doch als Umgangssprachen, die sich an die natürlichen Sprachen anlehnen wollen, noch logisch sehr kompliziert sein. Wir wollen für einen Augenblick von den formalen Mängeln der Wortsprachen absehen und uns an Beispielen klarmachen, daß Formregeln und Umformungsregeln von gleicher Art sind, und daß beide formal gefaßt werden können. Daß z. B. die Wortreihe „Piroten karulieren elatisch“ ein Satz ist, kann, wenn eine geeignete Regel aufgestellt ist, festgestellt werden, sofern nur bekannt ist, daß „Piroten“ ein Substantivum (im Plural), „karulieren“ ein Verbum (in der 3. Pers. Plur. Ind.) und „elatisch“ ein Adverbium ist (was übrigens in einer gut konstruierten Wortsprache, wie z. B. in Esperanto, aus der Form der Wörter zu ersehen sein würde); die Bedeutung der Wörter braucht hierfür nicht bekannt zu sein. Ferner kann, wenn eine geeignete Regel aufgestellt ist, aus dem genannten Satz und dem Satz „A ist ein Pirote“ der Satz „A karuliert elatisch“ erschlossen werden, wenn nur wieder die Wort-



arten der einzelnen Wörter bekannt sind; auch hierfür braucht ihre Bedeutung und der Sinn der drei Sätze nicht bekannt zu sein.

Wegen der Mängel der Wortsprachen wird in diesem Buche nicht die logische Syntax einer solchen Sprache aufgestellt, sondern die zweier konstruierter symbolischer Sprachen (d. h. solcher, die anstatt der Wörter Formelzeichen verwenden). Das gleiche pflegt man ja überhaupt in der modernen Logik zu tun; nur in der symbolischen Sprache ist es gelungen, zu exakten Formulierungen und strengen Beweisen zu gelangen. Und so wird es auch nur in bezug auf eine solche konstruierte symbolische Sprache möglich sein, ein zugleich strenges und einfaches Regelsystem aufzustellen. Nur ein solches strenges und einfaches System macht es uns möglich, Eigenart und Reichweite der logischen Syntax deutlich zu machen.

Die Sätze, Definitionen und Regeln der Syntax einer Sprache handeln von den Formen dieser Sprache. Wie aber sind nun diese Sätze, Definitionen und Regeln selbst korrekt auszudrücken? Ist hierfür sozusagen eine Übersprache erforderlich und für deren Syntax eine dritte Sprache und so fort ins Unendliche? Oder aber ist es möglich, die Syntax einer Sprache in dieser selbst zu formulieren? Es liegt die Befürchtung nahe, daß bei einem solchen Vorgehen Widersprüche auftreten könnten, wie sie bekanntlich in der Cantorsche Mengenlehre und in der vor-Russellschen Logik durch gewisse rückbeziehende Begriffsbildungen von scheinbar ähnlicher Art entstanden sind. Wir werden aber später sehen, daß es möglich ist, die Syntax einer Sprache widerspruchsfrei in dieser Sprache selbst auszudrücken in dem Umfang, der durch den Reichtum der betreffenden Sprache an Ausdrucksmitteln bedingt ist.

Zunächst wollen wir uns jedoch um diese Frage nicht kümmern, so bedeutungsvoll sie auch ist. Wir werden die syntaktischen Begriffe in bezug auf die von uns gewählten Sprachen aufstellen und die Frage, ob wir die mit Hilfe dieser Begriffe gebildeten Sätze und Regeln in jener Sprache selbst ausdrücken können oder nicht, für später beiseite lassen. Bei der ersten Aufstellung einer Theorie pflegt ja überhaupt ein solches gewissermaßen naives Vorgehen fruchtbarer zu sein: man macht zuerst Geometrie, Arithmetik, Differentialrechnung, Physik; erst später (zuweilen Jahrhunderte später) stellt man erkenntnistheoretische

und logische Erörterungen über die schon entwickelten Theorien an. So werden auch wir zunächst die Syntax machen und erst später ihre Begriffe formalisieren und dadurch ihren logischen Charakter bestimmen.

Bei diesem Vorgehen haben wir es zunächst mit zwei Sprachen zu tun: mit der Sprache, die das Objekt unserer Darstellung bildet — wir wollen sie die **Objektsprache** nennen —, und mit der Sprache, in der wir über die syntaktischen Formen der Objektsprache reden — wir wollen sie die **Syntaxsprache** nennen. Als Objektsprachen nehmen wir, wie gesagt, bestimmte symbolische Sprachen; als Syntaxsprache verwenden wir zunächst einfach die deutsche Sprache, wobei wir einige Frakturzeichen zu Hilfe nehmen.

## 2. Sprachen als Kalküle.

Unter einem **Kalkül** versteht man ein System von Festsetzungen der folgenden Art. Die Festsetzungen beziehen sich auf Elemente, die sogenannten **Zeichen**, von deren Beschaffenheiten und Beziehungen nichts weiter vorausgesetzt wird, als daß sie in bestimmte Klassen eingeteilt sind. Jede beliebige endliche Reihe von Zeichen heißt ein **Ausdruck** des betreffenden Kalküls. Die Festsetzungen des Kalküls bestimmen nun erstens, unter welchen Bedingungen ein Ausdruck zu irgend einer bestimmten Ausdrucksart gerechnet werden soll, und zweitens, unter welchen Bedingungen die Umformung eines oder mehrerer Ausdrücke in einen andern gestattet sein soll. So ist z. B. das System einer Sprache, wenn nur die formale Struktur im früher erläuterten Sinne betrachtet wird, ein Kalkül; die beiden Arten von Festsetzungen sind das, was wir früher Formregeln und Umformungsregeln genannt haben, nämlich die syntaktischen Regeln im engeren Sinn (z. B. „Ein Ausdruck dieser Sprache heißt ein Satz, wenn er in solcher oder solcher Weise aus Zeichen der und der Arten in der und der Reihenfolge besteht“) und die sogenannten logischen Schlußregeln (z. B. „Ist ein Satz in der und der Weise aus Zeichen zusammengesetzt und ein anderer in der und der andern Weise, so kann der zweite aus dem ersten erschlossen werden“). Ferner ist jede wohlbestimmte mathematische Disziplin ein Kalkül in diesem Sinn. Aber auch das System der Schachspielregeln ist ein Kalkül; die Schachfiguren sind die Zeichen (hier, im Unter-

schied zu den Sprachen, ohne Bedeutung), die Formregeln bestimmen die Figurenstellungen, insbesondere die Anfangsstellung des Spiels, die Umformungsregeln bestimmen die erlaubten Spielzüge, d. h. die zulässigen Umformungen einer Stellung in eine andere.

Logische Syntax im weitesten Sinn ist dasselbe wie Aufstellung und Behandlung von Kalkülen. Nur weil die Sprachen die wichtigsten Beispiele für Kalküle sind, pflegt man meist nur Sprachen syntaktisch zu untersuchen. In den meisten Kalkülen (auch solchen, die nicht Sprachen im eigentlichen Sinne sind) sind die Elemente Schreibfiguren. Der Terminus „Zeichen“ soll hier nur soviel heißen wie „Figur“. Es wird nicht etwa vorausgesetzt, daß ein solches Zeichen eine Bedeutung hat oder etwas bezeichnet.

Wenn wir sagen, daß die logische Syntax die Sprache als einen Kalkül behandelt, so ist damit nicht gesagt, daß hierbei angenommen wird, die Sprache sei nichts weiter als ein Kalkül. Es ist nur gesagt, daß die Syntax sich auf die Behandlung der kalkülmäßigen, d. h. formalen Seite der Sprache beschränkt. Eine eigentliche Sprache hat darüber hinaus andere Seiten, die durch andere Betrachtungsweisen zu untersuchen sind. Ihre Wörter haben eine Bedeutung; das wird von der Semasiologie betrachtet; die Wörter und Ausdrücke der Sprache stehen mit Vorstellungen und Handlungen in enger Beziehung, was die Psychologie zu untersuchen hat; die Sprache bildet eine historisch gegebene Methode der Verständigung, also einer bestimmten gegenseitigen Einwirkung, innerhalb einer bestimmten Menschen-Gruppe, damit hat es die Soziologie zu tun. Die Sprachwissenschaft im weitesten Sinn untersucht die Sprache von allen diesen Gesichtspunkten aus: vom syntaktischen (in unserem Sinn, also vom formalen), vom semasiologischen, vom psychologischen, vom soziologischen Gesichtspunkt.

Wir haben gesagt: die Syntax hat es nur mit den formalen Eigenschaften der Ausdrücke zu tun. Dies werde noch näher erläutert. Angenommen, zwei Sprachen  $S_1$  und  $S_2$  verwenden ungleiche Zeichen, aber so, daß sich eine eindeutige Zuordnung zwischen den Zeichen von  $S_1$  und denen von  $S_2$  herstellen läßt derart, daß jede syntaktische Bestimmung in bezug auf  $S_1$  in eine solche in bezug auf  $S_2$  übergeht, wenn wir sie anstatt auf die

Zeichen von  $S_1$  auf die jeweils zugeordneten Zeichen von  $S_2$  beziehen, und umgekehrt. Dann sind zwar die beiden Sprachen nicht gleich, aber sie haben dieselbe formale Struktur (wir nennen sie isomorphe Sprachen). Für die Syntax kommt es nur auf die Struktur der Sprachen in diesem Sinn an. Für die Syntax ist es gleichgültig, ob etwa die eine von zwei symbolischen Sprachen immer ‚&‘ schreibt, wo die andere ‚.‘ schreibt (bei Wortsprachen: ob die eine immer ‚and‘ schreibt, wo die andere ‚und‘ schreibt), falls die Form- und die Umformungsregeln analog sind. Ob z. B. ein bestimmter Satz analytisch ist oder nicht, ob ein bestimmter Satz aus einem bestimmten andern folgt oder nicht, das hängt nur von der formalen Struktur der Sprache und der betreffenden Sätze ab. Die Gestalt der Einzelzeichen ist hierfür gleichgültig; von dieser Gestalt wird daher in einer exakten syntaktischen Definition nicht die Rede sein. Ferner ist es für die Syntax gleichgültig, daß z. B. das Zeichen ‚und‘ gerade ein Ding aus Drucker-schwärze ist; die formale Struktur der Sprache bliebe ungeändert, wenn wir übereinkommen würden, an Stelle jenes Zeichens immer ein Streichholz auf das Papier zu legen. So wird uns klar: als Ausdrücke eines Kalküls oder speziell einer Sprache können irgend welche Reihen irgend welcher Dinge dienen; man braucht nur die betreffenden Dinge in bestimmte Arten einzuteilen und kann dann Sprachausdrücke in Form von Dingreihen bilden, die gemäß den Formregeln zusammengesetzt sind. In den gewöhnlichen Sprachen sind die Zeichenreihen (Ausdrücke) entweder zeitliche Reihen von Lauten oder räumliche Reihen von auf dem Papier erzeugten Körpern. Ein Beispiel für eine Sprache, die bewegliche Dinge als Zeichen verwendet, ist etwa eine Kartothek; die Karten dienen als Gegenstandsnamen für die Bücher einer Bücherei, die Kartenreiter als Eigenschaftsbezeichnungen (z. B. „verliehen“, „beim Buchbinder“ u. dgl.); eine Karte mit aufgestecktem Reiter bildet einen Satz.

Die Syntax einer Sprache oder eines sonstigen Kalküls handelt allgemein von den Strukturen möglicher Reihenordnungen (bestimmter Art) beliebiger Elemente. Wir werden reine und deskriptive Syntax unterscheiden. Die reine Syntax bezieht sich auf die möglichen Ordnungen, ohne Rücksicht darauf, was für Dinge als Elemente der verschiedenen Arten gelten sollen und welche möglichen Ordnungen dieser Elemente

irgendwo verwirklicht sind (z. B. auf die möglichen Satzformen, ohne Rücksicht auf die Gestalt der Wörter und darauf, welche Sätze irgendwo in der Welt auf dem Papier stehen). In der reinen Syntax werden nur Definitionen aufgestellt und Konsequenzen aus ihnen entwickelt; sie ist daher durchweg analytisch. Sie ist nichts anderes als Kombinatorik oder, wenn man will, Geometrie endlicher diskreter Reihenstrukturen bestimmter Art. Die deskriptive Syntax verhält sich zur reinen wie die physikalische Geometrie zur mathematischen; sie handelt von den syntaktischen Eigenschaften und Beziehungen empirisch vorliegender Ausdrücke (z. B. von den Sätzen eines bestimmten Buches). Hierfür ist — ebenso wie für die Anwendung der Geometrie — die Aufstellung von sogenannten Zuordnungsdefinitionen erforderlich, durch die festgesetzt wird, welche Gegenstandsarten den syntaktischen Elementarten entsprechen sollen (z. B.: „Als Disjunktionszeichen sollen Körper aus Drucker-schwärze von der Gestalt ‚v‘ genommen werden“). Sätze der deskriptiven Syntax können z. B. aussagen, daß der vierte und der siebente Satz einer bestimmten Abhandlung einander widersprechen oder daß ihr zweiter Satz nicht syntaxgemäß gebildet ist.

Wenn wir sagen, die reine Syntax spreche über Satzformen, so ist dies „Sprechen über“ im uneigentlichen Sinn gemeint. Ein analytischer Satz spricht ja nicht im eigentlichen Sinn „über“ etwas, so wie ein empirischer Satz, denn er ist gehalt-leer. Das uneigentliche „Sprechen über“ ist hier in demselben Sinn gemeint, in dem man von der Arithmetik zu sagen pflegt, sie spreche über die Zahlen, oder von der reinen Geometrie, sie spreche über geometrische Gebilde.

Wir sehen: wenn wir etwa eine bestimmte wissenschaftliche Theorie vom logischen Gesichtspunkt aus untersuchen und beurteilen, so sind die Ergebnisse dieser logischen Analyse zu formulieren als syntaktische Sätze, sei es in der reinen, sei es in der deskriptiven Syntax. Wissenschaftslogik (logische Methodologie) ist nichts anderes als Syntax der Wissenschafts-sprache; das soll im Schlußkapitel dieses Buches näher gezeigt werden. Eine erhöhte Bedeutung gewinnen die syntaktischen Probleme auf dem Boden der antimetaphysischen Auffassung, wie wir sie im Wiener Kreis vertreten. Nach dieser Auffassung sind

die Sätze der Metaphysik Scheinsätze, die sich bei logischer Analyse als leer oder als syntaxwidrig erweisen; von den sogenannten philosophischen Problemen bleiben als sinnvolle Fragen nur die der Wissenschaftslogik übrig. Wer diese Auffassung teilt, wird somit an Stelle von Philosophie logische Syntax fordern. Die genannte antimetaphysische Auffassung wird jedoch in den Untersuchungen dieses Buches weder als Voraussetzung noch als Behauptung auftreten. Die folgenden Untersuchungen haben formalen Charakter und sind nicht abhängig von dem, was man philosophische Richtung zu nennen pflegt.

Die Methode der Syntax, die im folgenden entwickelt werden soll, wird nicht nur der logischen Analyse wissenschaftlicher Theorien dienen können, sondern auch der logischen Analyse der Wortsprachen. Wir werden zwar hier aus den früher angedeuteten Gründen symbolische Sprachen behandeln. Aber die syntaktischen Begriffe und Regeln können dann — nicht im einzelnen, aber ihrem allgemeinen Charakter nach — auch auf die Analyse der ungeheuer komplizierten Wortsprachen übertragen werden. Das bisher übliche Vorgehen der direkten Analyse der Wortsprachen mußte ebenso scheitern, wie ein Physiker scheitern würde, wenn er von vornherein seine Gesetze auf die vorgefundenen Dinge, Steine, Bäume usw. beziehen wollte. Der Physiker bezieht seine Gesetze zunächst auf einfachste konstruierte Formen: auf einen dünnen, geraden Hebel, auf ein Fadenpendel, auf punktförmige Massen u. dgl.; mit Hilfe dieser auf konstruierte Gebilde bezogenen Gesetze ist er dann später imstande, das komplizierte Verhalten der wirklichen Körper in geeignete Faktoren zu zerlegen und dadurch zu beherrschen. Ein anderes Gleichnis: die komplizierte Gestalt der Gebirge, Flüsse, Ländergrenzen usw. läßt sich am besten mit Hilfe der geographischen Koordinaten darstellen und untersuchen, also durch Vergleich mit in der Natur nicht gegebenen, konstruierten Linien. So wird sich die syntaktische Beschaffenheit einer bestimmten Wortsprache, etwa der deutschen, oder bestimmter Klassen von Wortsprachen oder einer bestimmten Teilsprache einer Wortsprache am besten durch den Vergleich mit einer als Bezugssystem dienenden konstruierten Sprache darstellen und untersuchen lassen. Diese Aufgabe liegt jedoch außerhalb des Rahmens dieses Buches.

Terminologische Bemerkungen. Die Begründung der Wahl des Terminus ‚(logische) Syntax‘ ist im vorstehenden gegeben. Den Zusatz ‚logisch‘ wird man fortlassen können, wo keine Verwechslung mit der linguistischen Syntax (die nicht rein formal verfährt und nicht zur Aufstellung eines strengen Regelsystems gelangt) zu befürchten ist, also z. B. im folgenden Text dieses Buches oder in logischen Abhandlungen.

Die ersten Kalküle im angegebenen Sinn sind — wie schon das Wort vermuten läßt — in der Mathematik entwickelt worden. Als erster hat Hilbert die Mathematik als Kalkül im strengen Sinn aufgefaßt, d. h. ein System von Regeln aufgestellt, das die mathematischen Formeln in ihrer formalen Struktur zum Objekt hat. Diese Theorie hat er Metamathematik genannt; als ihr Ziel hat er den Nachweis der Widerspruchsfreiheit der klassischen Mathematik hingestellt. Die Metamathematik ist — wenn man sie im weitesten Sinn nimmt und ihr nicht nur die genannte Aufgabe stellt — die Syntax der mathematischen Sprache. In Analogie zu der Hilbertschen Bezeichnung haben die Warschauer Logiker (Lukasiewicz und andere) von ‚Meta-Aussagenkalkül‘, ‚Metalogik‘ u. dgl. gesprochen. Vielleicht ist das Wort ‚Metalogik‘ geeignet zur Bezeichnung des Teilgebietes der Syntax, in dem es sich um die logischen Sätze im engeren Sinn (ohne die mathematischen) handelt.

Die Bezeichnung ‚Semantik‘ wird von Chwistek für eine von ihm aufgebaute Theorie verwendet, die sich eine ähnliche Aufgabe stellt wie unsere Syntax, aber nach ganz anderer Methode verfährt (hierüber später). Da dieses Wort aber in der Sprachwissenschaft meist als gleichbedeutend mit ‚Semasiologie‘ oder ‚Bedeutungslehre‘ genommen wird, ist es vielleicht nicht ganz zweckmäßig, es auf die Syntax, also auf eine formale, von den Bedeutungen absehende Theorie zu übertragen. [Vgl. M. Bréal, *Essai de Sémantique. Science des Significations*. Paris 1897, 5. A. 1921, S. 8: „la science, que j’ai proposé d’appeler la Sémantique“ mit Anmerkung: „Σημαντική τέχνη, la science des significations“.]

Die Bezeichnung ‚Sematologie‘ möge (nach Bühler) für die empirische (psychologische, soziologische) Theorie von der Verwendung von Zeichen im weitesten Sinn vorbehalten bleiben. Die empirische Sprachwissenschaft ist dann ein Teilgebiet der Sematologie. Von ihr zu unterscheiden ist die Semasiologie, die, als Teil der Sprachwissenschaft, die Bedeutungen der Ausdrücke der geschichtlich gegebenen Sprachen untersucht.