1930
(2)

Die alte und die neue Logik

Von

Rudolf Carnap (Wien)

1. Logik als Methode des Philosophierens

Der neue Kurs dieser Zeitschrift, der mit diesem Heft beginnt, stellt sich die Aufgabe, die neue wissenschaftliche Methode des Philosophierens zu fördern, die man vielleicht in aller Kürze dadurch kennzeichnen kann, daß sie in der logischen Analyse der Sätze und Begriffe der empirischen Wissenschaft besteht. Hiermit sind die beiden wichtigsten Merkmale angedeutet, durch die sich diese Methode von der der traditionellen Philosophie unterscheidet. Das erste Merkmal besteht darin, daß dieses Philosophieren sich in enger Verbindung mit der empirischen Wissenschaft, ja überhaupt nur an ihr vollzieht, so daß eine Philosophie als eigenes Erkenntnisgebiet neben oder über der empirischen Wissenschaft nicht mehr anerkannt wird. Das zweite Merkmal gibt an, worin die philosophische Arbeit an der empirischen Wissenschaft besteht: in der Klärung ihrer Sätze durch logische Analyse; im einzelnen: in der Zerlegung der Sätze in Satzteile (Begriffe), der schrittweisen Zurückführung der Begriffe auf grundlegendere Begriffe und der schrittweisen Zurückführung der Sätze auf grundlegendere Sätze. Aus dieser Aufgabestellung ergibt sich der Wert der Logik für die philosophische Arbeit: sie ist nicht mehr bloß eine philosophische Disziplin neben anderen, sondern wir können geradezu sagen: die Logik ist die Methode des Philosophierens. Dabei ist „Logik" im weitesten Sinne verstanden als Zusammenfassung der reinen, formalen Logik und der angewandten Logik oder Erkenntnistheorie.

Der Wunsch, an Stelle metaphysischer Begriffsdichtung eine streng wissenschaftliche Methode des Philosophierens zu setzen, wäre ein frommer Wunsch geblieben, wenn man als logisches Werk-einander zurückführbar sind) sind die folgenden: 1. die Negation „nicht“, 2. die logischen Verknüpfungen zweier Sätze: „und“, „oder“, „wenn — so“, 3. „jeder“ (oder „alle“), „es gibt“; 4. „identisch“. Die Möglichkeit der Ableitung arithmetischer Begriffe sei an einem einfachen Beispiel gezeigt: an der Zahl Zwei als Kardinalzahl, d. h. als Anzahl eines Begriffes. Wir definieren: „die Anzahl des Begriffes f ist zwei“ soll bedeuten „es gibt ein x und es gibt ein y derart, daß x nicht identisch mit y ist, x unter f fällt, y unter f fällt, und daß für jedes z gilt: wenn z unter f fällt, so ist z mit x identisch oder mit y identisch“. Wir sehen, daß bei dieser Definition von „zwei“ nur die genannten logischen Begriffe verwendet worden sind; streng läßt sich das nur in symbolischer Darstellung zeigen. In ähnlicher Weise können alle natürlichen Zahlen abgeleitet werden; ferner auch die positiven und die negativen Zahlen, die Brüche, die reellen Zahlen, die komplexen Zahlen; schließlich auch die Begriffe der Analysis: Limes, Konvergenz, Differentialquotient, Integral, Stetigkeit usw.

Da jeder mathematische Begriff aus den logischen Grundbegriffen abgeleitet ist, läßt sich jeder mathematische Satz in einen Satz über rein logische Begriffe übersetzen; und diese Übersetzung ist dann (unter gewissen Bedingungen, wie angedeutet) aus den logischen Grundsätzen deduzierbar. Nehmen wir als Beispiel den arithmetischen Satz „$1 + 1 = 2$“. Seine Übersetzung in einen rein logischen Satz lautet: „Hat ein Begriff f die Anzahl 1 und ein Begriff g die Anzahl 1 und schließen f und g einander aus, und ist der Begriff h die Vereinigung (oder-Verknüpfung) von f und g, so hat h die Anzahl 2“. Diese Übersetzung stellt einen Satz der Begriffslogik (Theorie der Satzfunktionen) dar, der aus den logischen Grundsätzen ableitbar ist. In ähnlicher Weise können alle übrigen Sätze der Arithmetik und der Analysis (soweit sie allgemeingültig im weitesten Sinne sind) als logische Sätze abgeleitet werden.

7. Der tautologische Charakter der Logik

Auf dem Boden der neuen Logik hat sich der wesentliche Charakter der logischen Sätze klar erkennen lassen. Das ist sowohl für die Erkenntnistheorie der Mathematik, als auch für die Klärung viel umstrittener philosophischer Fragen von größter Bedeutung geworden.

Die übliche Unterscheidung zwischen Grundsätzen und abgeleiteten Sätzen in der Logik ist willkürlich. Für einen logischen

Satz ist es unwesentlich, von irgendwelchen anderen Sätzen abgeleitet zu sein; er läßt seine Gültigkeit durch seine eigene Form erkennen. Das sei an einem einfachen Beispiel gezeigt.

Mit Hilfe der logischen Verknüpfungen kann man aus zwei Sätzen p, q andere Sätze bilden, z. B. „nicht-p", „p oder q", „p und q". Die Wahrheit dieser zusammengesetzten Sätze hängt offenbar nicht vom Sinn der Sätze p und q ab, sondern nur von ihrem „Wahrheitswert", d. h. davon, ob sie wahr oder falsch sind. Nun gibt es vier Kombinationen der Wahrheitswerte für p und q, nämlich 1. p ist wahr und q ist wahr: *WW*, 2. *WF*, 3. *FW*, 4. *FF*. Der Sinn einer logischen Verknüpfung wird dadurch bestimmt, daß der mit Hilfe dieser Verknüpfung aus p und q gebildete Satz in gewissen dieser vier möglichen Fälle wahr, in den übrigen falsch sein soll. Z. B. wird der Sinn von „oder" (im nicht-ausschließenden Sinne) durch die Festsetzung bestimmt, daß der Satz „p oder q" in den ersten drei Fällen wahr, im vierten falsch sein soll. Zusammengesetzte Sätze können nun weiter zusammengesetzt werden. Nehmen wir als Beispiel: „(nicht-p und nicht-q) oder (p oder q)". Wir können nun die Wahrheitswerte in den vier Fällen zunächst für die Teilsätze und dann für den ganzen Satz feststellen; dabei kommen wir in dem genannten Beispiel zu einem merkwürdigen Ergebnis. „Nicht-p" ist nur im dritten und vierten Fall wahr; „nicht-q" nur im zweiten und vierten Fall; daher „nicht-p und nicht-q" nur im vierten Fall.

p q	nicht-p	nicht-q	nicht-p und nicht-q	p oder q	(nicht p und nicht-q) oder (p oder q)
1. *W W*	*F*	*F*	*F*	*W*	*W*
2. *W F*	*F*	*W*	*F*	*W*	*W*
3. *F W*	*W*	*F*	*F*	*W*	*W*
4. *F F*	*W*	*W*	*W*	*F*	*W*

„p oder q" ist in den drei ersten Fällen wahr, also ist der ganze Satz „(nicht-p und nicht-q) oder (p oder q)" in jedem Falle wahr. Eine solche Formel, die nicht nur nicht vom Sinn, sondern auch nicht mehr vom Wahrheitswert der Sätze, die in ihr vorkommen, abhängt, sondern für beliebige wahre oder falsche Sätze notwendig wahr ist, heißt eine T a u t o l o g i e. Eine Tautologie ist wahr auf Grund ihrer bloßen Form. Es läßt sich zeigen, daß alle Sätze der Logik, also nach der hier vertretenen Auffassung auch alle Sätze der Mathematik, Tautologien sind.

Wird uns ein zusammengesetzter Satz mitgeteilt, z. B. „es regnet (jetzt hier) oder es schneit", so erfahren wir durch ihn etwas über die Wirklichkeit, da er aus den einschlägigen Sachverhalten gewisse ausschließt und die übrigen als möglich offen läßt. In dem Beispiel gibt es vier Möglichkeiten: 1. es regnet und es schneit, 2. es regnet, schneit aber nicht, 3. es regnet nicht, schneit aber, 4. es regnet nicht und schneit nicht. Der genannte Satz schließt die vierte Möglichkeit aus und läßt die drei ersten offen. Wird uns dagegen eine Tautologie gesagt, so ist damit keine Möglichkeit ausgeschlossen, sondern alle offen gelassen. Wir erfahren daher aus ihr nichts über die Wirklichkeit; Beispiel: „es regnet (jetzt hier) oder es regnet nicht". Die Tautologien sind also g e h a l t l e e r, besagen nichts. Sie brauchen deshalb aber nicht trivial zu sein; die eben genannte Tautologie ist trivial, bei anderen dagegen ist ihr tautologischer Charakter nicht auf den ersten Blick zu erkennen.

Da alle Sätze der Logik tautologisch und gehaltleer sind, kann aus ihr nichts darüber erschlossen werden, wie die Wirklichkeit sein muß oder wie sie nicht sein kann. Jeder logisierenden Metaphysik, wie sie im größten Maßstabe von H e g e l aufgestellt worden ist, ist damit die Berechtigung genommen.

Auch die M a t h e m a t i k ist, als Zweig der Logik, tautologisch. In K a n t i s c h e r Ausdrucksweise: die Sätze der Mathematik sind analytisch, es sind keine synthetischen Sätze a priori. Damit ist dem Apriorismus sein stärkstes Argument entzogen. Der E m p i r i s m u s, die Auffassung, daß es keine synthetische Erkenntnis a priori gibt, fand seit je in der Deutung der Mathematik die größte Schwierigkeit, die noch M i l l nicht hatte überwinden können. Sie ist dadurch behoben, daß die mathematischen Sätze weder empirisch, noch synthetisch a priori, sondern analytisch sind.

8. Die Einheitswissenschaft

Von der reinen Logik mit ihren formalen Problemen unterscheiden wir die a n g e w a n d t e L o g i k: die logische Analyse der Begriffe und Sätze der verschiedenen Wissenschaftszweige. Auch auf diesem Gebiet hat die neue Logik schon erfreuliche Erfolge aufzuweisen, wenn auch die meisten Arbeiten bisher den formalen Problemen gewidmet worden sind.

Bei der Analyse der wissenschaftlichen Begriffe hat sich ergeben, daß alle Begriffe, mögen sie nun nach üblicher Einteilung zu dem Gebiet der Naturwissenschaften, der Psychologie oder der

Sozialwissenschaften gehören, auf eine gemeinsame Basis zurückgehen: sie lassen sich auf Wurzelbegriffe zurückführen, die sich auf das „Gegebene", die unmittelbaren Erlebnisinhalte, beziehen. Zunächst gehen alle eigenpsychischen Begriffe, d. h. solche, die sich auf die psychischen Vorgänge des erkennenden Subjektes selbst beziehen, auf das Gegebene zurück. Alle physischen Begriffe lassen sich auf die eigenpsychischen zurückführen, da jeder physische Vorgang prinzipiell durch Wahrnehmungen feststellbar ist. Aus den physischen Begriffen werden die fremdpsychischen konstituiert, die sich auf die psychischen Vorgänge der übrigen Subjekte beziehen. Und schließlich gehen die sozialwissenschaftlichen Begriffe auf Begriffe der genannten Arten zurück. So ergibt sich ein Stammbaum der Begriffe (Konstitutionssystem), in dem jeder Begriff der Wissenschaft grundsätzlich seine Stelle finden muß, gemäß seiner Ableitung aus anderen Begriffen und schließlich aus dem Gegebenen. Die Konstitutionstheorie zeigt ferner, daß in entsprechender Weise auch jeder Satz der Wissenschaft sich rückübersetzen läßt in einen Satz über das Gegebene („methodischer Positivismus").

Ein zweites, ebenfalls alle Begriffe umfassendes Konstitutionssystem hat als Grundbegriffe die physischen, d. h. die Begriffe, die sich auf raum-zeitliche Vorgänge beziehen. Auf sie werden die psychologischen und die sozialwissenschaftlichen Begriffe zurückgeführt, wie es dem Prinzip des Behaviorismus entspricht („methodischer Materialismus").

Wir sprechen von „methodischem" Positivismus bzw. Materialismus, weil es sich hier nur um die Methode der Begriffsableitung handelt, während die metaphysisch-positivistische These von der Realität des Gegebenen und die metaphysisch-materialistische These von der Realität des Physischen hier völlig ausgeschaltet bleiben. Daher stehen positivistisches und materialistisches Konstitutionssystem nicht im Widerspruch zueinander. Beide bestehen zu Recht und sind unentbehrlich. Das positivistische System entspricht dem erkenntnistheoretischen Gesichtspunkt, da sich in ihm die Gültigkeit einer Erkenntnis durch Rückführung auf das Gegebene erweist. Das materialistische System entspricht dem Gesichtspunkt der Realwissenschaft, da in ihm alle Begriffe auf das Physische zurückgeführt werden, auf das einzige Gebiet, das durchgängige Gesetzmäßigkeit aufweist und intersubjektive Erkenntnis ermöglicht.

So führt die logische Analyse mit den Mitteln der neuen Logik zur Einheitswissenschaft. Es gibt nicht verschiedene Wissenschaften mit grundsätzlich verschiedenen Methoden oder gar verschiedenen Erkenntnisquellen, sondern nur die éine Wissenschaft. In ihr finden alle Erkenntnisse ihren Platz, und zwar als Erkenntnisse grundsätzlich gleicher Art; ihre scheinbare Verschiedenheit wird nur durch die Verschiedenheit der Teilsprachen vorgetäuscht, in denen man sie auszudrücken pflegt.

9. Die Ausschaltung der Metaphysik

Aus dem tautologischen Charakter der Logik ergibt sich auch, daß alles Schließen tautologisch ist: der Schlußsatz sagt stets dasselbe (oder weniger) wie die Prämissen, nur in anderer sprachlicher Form. Niemals kann aus einem Sachverhalt ein anderer erschlossen werden. (Nach üblicher Auffassung geschieht dies beim induktiven Schluß; die logische Analyse führt aber zu einer anderen Interpretation, auf die hier nicht eingegangen werden kann.) Daraus folgt die Unmöglichkeit jeder Metaphysik, die aus der Erfahrung auf Transzendentes, jenseits der Erfahrung Liegendes, selbst nicht Erfahrbares schließen will; z. B. auf das „Ding an sich" hinter den Erfahrungsdingen, auf das „Unbedingte", „Absolute" hinter allem Bedingten, auf „Wesen" und „Sinn" der Vorgänge hinter diesen Vorgängen selbst. Da strenges Schließen niemals von der Erfahrung zu Transzendentem führen kann, enthalten die metaphysischen Schlußfolgerungen notwendig Lücken; dadurch entsteht der Schein einer Transzendenz. Es werden Begriffe eingeführt, die weder auf das Gegebene noch auf das Physische zurückführbar sind. Es sind daher bloße Scheinbegriffe, die sowohl vom erkenntnistheoretischen als vom inhaltlich-wissenschaftlichen Gesichtspunkt aus abzulehnen sind. Es sind sinnlose Worte, mögen sie auch noch so sehr durch Tradition geheiligt und mit Gefühlen behangen sein.

Mit Hilfe der strengeren Methoden der neuen Logik kann so eine gründliche Reinigung der Wissenschaft vorgenommen werden. Jeder Satz der Wissenschaft muß sich bei logischer Analyse als sinnvoll bewähren. Dabei wird entweder gefunden, daß es sich um eine Tautologie oder um eine Kontradiktion (Negation einer Tautologie) handelt; dann gehört der Satz zum Gebiet der Logik einschließlich der Mathematik. Oder der Satz ist eine gehaltvolle Aussage, d. h. weder tautologisch noch kontradiktorisch; dann ist er ein empirischer Satz. Er ist zurückführbar auf das Gegebene und daher grundsätzlich als wahr oder falsch entscheidbar. Solcher Art sind die (wahren bzw. falschen) Sätze der Realwissenschaft. Grundsätzlich unbeantwortbare Fragen gibt es nicht. Es gibt keine Philosophie als Theorie, als System eigener Sätze neben denen der Wissenschaft. Philosophie betreiben bedeutet nichts Anderes als: die Begriffe und Sätze der Wissenschaft durch logische Analyse klären. Das Werkzeug hierfür ist die neue Logik.

Literatur-Hinweise

Das Hauptwerk der Logistik (symbolischen Logik): A. N. Whitehead und B. Russell, Principia Mathematica (in englischer Sprache). University Press, Cambridge. 3 Bde., 1910—1913; 2. Aufl. (I mit Ergänzungen, II, III unverändert) 1925—1927.

Zur Einführung geeignet: D. Hilbert und W. Ackermann, Grundzüge der theoretischen Logik. Springer, Berlin, 1928. — R. Carnap, Abriß der Logistik, mit besonderer Berücksichtigung der Relationstheorie und ihrer Anwendungen. Schr. zur wiss. Weltauff., Bd. 2. Springer, Wien, 1929.

Geschichtliche Entwicklung. C. I. Lewis, Survey of symbolic logic. Univ. of Cal. Press, Berkeley, 1918. Enthält Literaturangaben bis 1917; die neuere Literatur ist aufgeführt in: A. Fraenkel, Einleitung in die Mengenlehre. Springer, Berlin, (1919) 3. Aufl. 1928.

Die wichtigsten der älteren Werke. G. Frege, Begriffsschrift. Eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens. Nebert, Halle, 1879. — Frege, Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl. Koebner, Breslau, 1884. — Frege, Grundgesetze der Arithmetik. 2 Bde. Pohle, Jena, 1893, 1903. — G. Peano, Notations de logique mathématique. Bocca, Torino, 1894. — Peano (mit anderen), Formulaire de mathématiques. Bocca, Torino, (1895) 1908. — E. Schröder, Vorlesungen über die Algebra der Logik. 3 Bde. Teubner, Leipzig, 1890—1905.

Bedeutung der Beziehungslogik für die Philosophie. B. Russell, Unser Wissen von der Außenwelt. (1914). Meiner, Leipzig, 1926. S. 49—67.

Die logischen Antinomien. Siehe oben: Principia Mathematica. Zur Übersicht über die Problemsituation, mit Literaturangaben: Fraenkel, Mengenlehre (s. o.), § 13—15.

Ableitung der Mathematik. Hauptwerk: Principia Mathematica (s. o.). Zur Einführung: B. Russell, Einführung in die mathematische Philosophie. (1919). Dreimasken-V., München, 1923. — H. Behmann, Mathematik und Logik. Teubner, Leipzig, 1927. (Mit eigener Symbolik.) — Leichtverständlich: R. Carnap, Die Mathematik als Zweig der Logik. In: Blätter für deutsche Philosophie, IV, 1930.

Der tautologische Charakter der Logik. L. Wittgenstein, Tractatus logico-philosophicus. With an introduction by B. Russell. (Deutsch-englische Parallelausgabe.) Kegan Paul, London, 1922.

Begriffsanalyse, Konstitutionstheorie. Russell, Außenwelt (s. o.). — R. Carnap, Der logische Aufbau der Welt. Benary, Berlin, 1928.

Ausschaltung der Metaphysik. M. Schlick, Erleben, Erkennen, Metaphysik; Kantstudien 31, 146—158, 1926. — Carnap, Aufbau (s. o.). R. Carnap, Scheinprobleme in der Philosophie. Das Fremdpsychische und der Realismusstreit. Benary, Berlin, 1928.

zeug nur das System der traditionellen Logik zur Verfügung gehabt hätte. Diese war gänzlich außerstande, den Ansprüchen an inhaltlichen Reichtum, formale Strenge und technische Brauchbarkeit zu genügen, die die neue Aufgabe an sie stellen mußte. Die formale Logik beruhte auf dem aristotelisch-scholastischen System, das im Laufe seiner weiteren Entwicklung nur geringfügige Verbesserungen und Ergänzungen erfahren hatte. Auf dem Gebiet der angewandten Logik (Methodenlehre) lagen zwar zahlreiche Einzeluntersuchungen und manche umfangreiche zusammenfassende Werke vor; diese enthielten auch inhaltlich manche bemerkenswerte Überlegungen, standen aber in bezug auf Schärfe der Begriffsbildung und Gründlichkeit der Analyse auf ziemlich primitiver Stufe. Darin liegt kein Vorwurf gegen diese Werke (zumindest nicht, soweit sie dem vorigen Jahrhundert angehören); denn dieser Zustand der angewandten Logik war bedingt durch die Unzulänglichkeit der formalen Grundlage.

An Stelle des unbrauchbaren alten Werkzeuges ein leistungsfähiges neues zu schaffen, hätte wohl lange Zeit erfordert. Und vielleicht darf man zweifeln, ob die Logiker aus eigenen Kräften zu diesem Werk überhaupt imstande gewesen wären. Zum Glück fand man ein Werkzeug schon vor, eine neue Logik, die in den letzten 50 Jahren entwickelt worden ist, und zwar fast durchweg von Mathematikern. Den Anlaß hierzu gaben Schwierigkeiten innerhalb der Mathematik; an eine philosophisch bedeutsame allgemeinere Anwendung war zunächst nicht gedacht worden. Die meisten Philosophen haben auch bisher wenig Kenntnis von ihr genommen und noch weniger Nutzen für ihre eigene Arbeit aus ihr gezogen. Ja, es ist auffallend, mit welcher Vorsicht oder geradezu ängstlicher Scheu sie an diese neue Logik herangehen oder zumeist um sie herumgehen. Sicherlich schreckt das mathematisch anmutende Formelgewand viele ab; aber im Grunde steckt wohl ein instinktives Gegengefühl dahinter. Und diesmal haben sie richtig gewittert: in dieser neuen Logik liegt — das ist auch vielen ihrer Vertreter noch nicht bewußt — der Punkt, von dem aus die alte Philosophie aus den Angeln zu heben ist. Alle Philosophie im alten Sinne, knüpfe sie nun an Plato, Thomas, Kant, Schelling oder Hegel an, oder baue sie eine neue „Metaphysik des Seins" oder eine „geisteswissenschaftliche Philosophie" auf, erweist sich vor dem unerbittlichen Urteil der neuen Logik nicht etwa nur als inhaltlich falsch, sondern als logisch unhaltbar, daher sinnlos.

2. Die neue Logik

Die neue Logik ist in den letzten Jahrzehnten des vorigen Jahrhunderts entstanden. Unter Anknüpfung an Ideen von Leibniz und unter Verwendung älterer Ansätze (De Morgan 1847; Boole 1854) wurden die ersten Versuche zu einem umfassenden Neuaufbau der Logik von Frege, Peano und Schröder angestellt (vgl. Literaturverzeichnis am Schluß). Unter Verwertung dieser Vorarbeiten haben dann Whitehead und Russell das große Hauptwerk der neuen Logik geschaffen, die „Principia Mathematica" (1910—1913). Alle weiteren Arbeiten in der neuen Logik stützen sich auf dieses Werk; sie versuchen entweder, es zu ergänzen, oder, es umzubauen. (Hier seien nur einige Namen genannt; die Göttinger Schule: Hilbert, Ackermann, Bernays, Behmann u. a.; die Warschauer Schule: Chwistek, Lesniewski, Tarski u. a.; Wittgenstein und an ihn anknüpfend Ramsey; weitere Angaben bei Lewis und Fraenkel).

Der wichtigste Anlaß zur Ausbildung der neuen Logik lag in der Notwendigkeit, die Grundlagen der Mathematik kritisch nachzuprüfen. Die Mathematik hatte insbesondere seit Leibniz und Newton einen ungeheuren Aufschwung genommen, eine Fülle neuer Erkenntnisse gewonnen. Die Sicherung der Fundamente hatte jedoch mit diesem schnellen Wachsen des Gebäudes nicht Schritt gehalten. Daher begannen vor etwa hundert Jahren stärkere Bemühungen um eine Klärung der Grundbegriffe. Diese Bemühungen waren an manchen Stellen erfolgreich; es gelang den Mathematikern, wichtige Begriffe wie z. B. Grenzwert, Differentialquotient, komplexe Zahl, in strengerer Form zu definieren. Man hatte diese Begriffe schon längst in fruchtbarer Weise praktisch verwendet, ohne hinreichende Definitionen zu besitzen; nicht der Klarheit der Begriffe, sondern nur dem sicheren Instinkt der großen Mathematiker war es zu verdanken, daß die Unzulänglichkeit der Begriffsbildungen kein Unheil in der Mathematik angerichtet hatte.

Die Bemühungen um „Tieferlegung der Fundamente" gingen nun schrittweise weiter. Man begnügte sich nicht damit, die verschiedenen Begriffe der Analysis auf Zahlbegriffe als die Fundamentbegriffe der Mathematik zurückzuführen, sondern stellte sich die Aufgabe einer logischen Klärung der Zahlbegriffe selbst. Diese Untersuchungen der logischen Grundlagen der Arithmetik mit dem Ziel der logischen Analyse der Zahl erforderten unumgänglich ein durch Umfang und Schärfe leistungsfähiges logisches System. So gaben diese Untersuchungen einen besonders starken Antrieb zur Entwicklung der neuen Logik; vor allem Peano, Frege, Whitehead, Russell und Hilbert waren in ihren logischen Arbeiten in erster Linie durch diese Zielsetzung bestimmt.

Dringender noch wurde die Notwendigkeit eines Neuaufbaues der Logik, als man gewisse Widersprüche („Antinomien") zunächst auf mathematischem Gebiete bemerkte, die sich aber bald als solche allgemein-logischer Natur herausstellten. Sie konnten nur durch gründliche Neugestaltung der Logik überwunden werden.

Im folgenden sollen einige wichtige Züge der neuen Logik angegeben werden, vor allem solche, in denen sie sich von der alten Logik unterscheidet und durch die sie eine besondere allgemeinwissenschaftliche Bedeutung gewonnen hat. Zunächst werden wir einen Blick auf die symbolische Einkleidung werfen, in der die neue Logik aufzutreten pflegt. Dann sollen einige Andeutungen über die inhaltliche Bereicherung gegeben werden, die vor allem in der Berücksichtigung der Relationen gegenüber der Beschränkung auf Prädikate liegt. Weiterhin soll kurz erläutert werden, wie die schon genannten Widersprüche durch die sogenannte Typentheorie überwunden werden. Nach diesen Punkten von hauptsächlich innerlogischer Bedeutung werden wir dann die allgemein-wissenschaftliche Bedeutung ins Auge fassen: die Möglichkeit der Ableitung der Mathematik aus der Logik; die für die Philosophie sehr bedeutsame Klärung des wesentlichen Charakters der logischen Sätze als Tautologien; die Begriffsanalyse, durch die die Wissenschaft zu einer Einheit gebracht wird; und schließlich die Ausschaltung der Metaphysik durch logische Analyse.

3. Die symbolische Methode

Wenn man eine Abhandlung der modernen Logik zu Gesicht bekommt, fällt zunächst als äußeres Merkmal die Verwendung symbolischer Formeln auf, die denen der Mathematik ähnlich sehen. Diese Symbolik ist auch ursprünglich in Anlehnung an die Mathematik geschaffen worden; später aber wurde eine für den besonderen Zweck geeignetere Form entwickelt.

In der Mathematik erscheint uns der Vorzug der symbolischen Darstellungsweise gegenüber der Wortsprache selbstverständlich. Wieviel prägnanter und übersichtlicher wird der Satz, wenn wir nicht mehr schreiben: „multipliziert man eine Zahl mit einer zweiten, so erhält man dasselbe Ergebnis, wie wenn man die zweite mit der ersten multipliziert", sondern: „für beliebige Zahlen x, y gilt: $x \cdot y = y \cdot x$" oder noch kürzer und deutlicher mit Benutzung des logistischen Allzeichens: „$(x, y) . \ x \cdot y = y \cdot x$".

Durch die Verwendung der Symbolik in der Logik wird vor allem eine sonst nicht erreichbare Strenge der Schlußfolgerung erzielt. Das Schließen geschieht hier durch ein rechenmäßiges Operieren mit den Formeln (daher die Bezeichnung „Kalkül": „Aussagenkalkül", „Funktionenkalkül"); inhaltliche Überlegungen leiten dabei zwar den Gang der Deduktion, gehen aber nicht in die Deduktion mit ein. Diese Methode sichert, daß sich bei der Deduktion keine unbemerkten Voraussetzungen einschleichen, was sich bei Ableitungen in Wortsprache schwer vermeiden läßt. Eine solche Strenge der Schlußfolgerung ist besonders wichtig bei der Axiomatik irgendeines Gebietes, z. B. der Geometrie. Aus der geschichtlichen Entwicklung sind zahlreiche Beispiele unreiner Schlüsse bekannt, so die verschiedenen Versuche, das Parallelenaxiom aus den übrigen Axiomen der euklidischen Geometrie abzuleiten. Hier wurde jedesmal ein dem Parallelenaxiom äquivalenter Satz stillschweigend vorausgesetzt und in der Ableitung benutzt. Ebenso wie bei der Deduktion von Sätzen ist auch bei der Konstitution von Begriffen Strenge und Sauberkeit nötig. Die Analyse mit den Mitteln der neuen Logik hat gezeigt, daß viele philosophische Begriffe den erhöhten Anforderungen an Strenge nicht genügen; einige müssen anders gefaßt, andere als sinnlos ausgeschaltet werden (vgl. § 9).

So wird gegenwärtig immer deutlicher, daß die Erkenntnistheorie, die im Grunde nichts anderes ist als angewandte Logik, die Logistik so wenig entbehren kann, wie die Physik die Mathematik.

4. Die Logik der Beziehungen

Die neue Logik unterscheidet sich von der alten aber nicht nur durch die Form der Darstellung, sondern vor allem durch umfangreiche Gebietserweiterungen. Die wichtigsten neuen Gebiete sind die Theorie der Beziehungssätze und die Theorie der variabeln Satzfunktionen. Hier soll nur die Beziehungstheorie kurz erläutert werden.

Die einzige Form der Sätze (Urteile) in der alten Logik war die prädikative Form: „Sokrates ist ein Mensch", „alle (oder: einige) Griechen sind Menschen". Hier wird einem Subjektsbegriff dem Prädikatsbegriff, eine Eigenschaft beigelegt. Schon Leibniz hat die Forderung aufgestellt, daß die Logik auch Sätze von relationaler Form berücksichtigen sollte. Durch einen solchen Beziehungssatz, z. B. „a ist größer als b“, wird zwei oder mehreren Gegenständen (wenn man will: mehreren Subjektsbegriffen) eine Beziehung beigelegt. Leibniz' Entwürfe einer Relationstheorie sind erst von der neuen Logik ausgebaut worden. Die alte Logik faßte auch die Beziehungssätze als Sätze prädikativer Form auf. Dadurch werden aber manche Schlüsse zwischen Relationssätzen unmöglich, die für die Wissenschaft unentbehrlich sind. Man kann zwar z. B. den Satz „a ist größer als b“ so deuten: dem Subjekt a wird das Prädikat „größer als b“ zugeschrieben. Aber dann bildet dieses Prädikat eine Einheit; man kann b nicht nach irgendeiner Schlußregel herauslösen. Daher ist man nicht imstande, aus dem genannten Satz auf den Satz „b ist kleiner als a“ zu schließen. In der neuen Logik geschieht dieser Schluß in folgender Weise. Die Beziehung „kleiner“ wird definiert als die „Konverse“ der Beziehung „größer“. Der genannte Schluß beruht dann auf dem allgemeinen Satz: besteht eine Beziehung zwischen x und y, so besteht ihre Konverse zwischen y und x. Ein weiteres Beispiel eines Satzes, der in der alten Logik nicht bewiesen werden kann: „Wenn es einen Sieger gibt, gibt es einen Besiegten“. In der neuen Logik folgt dies aus dem logischen Satz: wenn eine Beziehung ein Vorderglied besitzt, so auch ein Hinterglied.

Besonders für die mathematischen Wissenschaften sind die Beziehungssätze unumgänglich nötig. Nehmen wir als Beispiel eines geometrischen Begriffes die dreistellige Beziehung „zwischen“ (auf der offenen Geraden). Die geometrischen Axiome „liegt a zwischen b und c, so liegt a zwischen c und b“ und „liegt a zwischen b und c, so liegt b nicht zwischen c und a“ können nur in der neuen Logik ausgedrückt werden. Bei prädikativer Auffassung würden wir im ersten Fall die Prädikate „zwischen b und c liegend“ und „zwischen c und b liegend“ haben. Läßt man sie unzerlegt, so kann man nicht ansehen, wie das zweite Prädikat durch Umformung aus dem ersten entsteht. Hebt man aber die Gegenstände b und c aus dem Prädikat heraus, so schreibt der Satz „a liegt zwischen b und c“ nicht mehr nur einem Gegenstand, sondern drei Gegenständen eine Bestimmung zu; damit ist er ein dreistelliger Beziehungssatz.

Die genannten Beziehungen „größer“ und „zwischen“ sind von der Art, daß bei ihnen die Glieder nicht beliebig in eine andere

Reihenfolge gebracht werden dürfen. Die Bestimmung irgend einer Ordnung in irgend einem Bereiche beruht wesentlich auf der Verwendung derartiger Beziehungen. Ist für je zwei Personen einer Klasse bekannt, welche größer als die andere ist, so ist damit eine Reihenordnung dieser Personen festgelegt. Man könnte meinen, das sei auch mit Hilfe prädikativer Bestimmungen möglich, nämlich indem man jeder Person eine bestimmte Maßzahl als Eigenschaft zuschreibe. Aber hierbei müßte man wiederum voraussetzen, daß für je zwei Zahlen bekannt ist, welche die größere ist. Ohne Verwendung einer ordnenden Beziehung ist somit die Bildung einer Reihe unmöglich. Daraus ergibt sich die Unentbehrlichkeit der Beziehungslehre für alle diejenigen Wissenschaften, die es mit Reihen und Ordnungen zu tun haben: Arithmetik (Zahlenreihe), Geometrie (Punktreihen), Physik (alle Maßreihen: solche des Raumes, der Zeit und der verschiedenen Zustandsgrößen).

Die Beschränkung auf Prädikatsätze hat auch auf außerlogischem Gebiet verhängnisvoll gewirkt. Vielleicht hat Russell recht, wenn er gewisse Irrwege der Metaphysik auf diesen Fehler der Logik zurückführt: wenn jeder Satz einem Subjekt ein Prädikat zuschreibt, so kann es im Grunde nur ein Subjekt geben, das Absolute; und jeder Sachverhalt muß darin bestehen, daß dem Absoluten ein gewisses Attribut zukommt. Vielleicht könnte man in ähnlicher Weise alle substantialisierende Metaphysik auf jenen Fehler zurückführen.

Sicher ist jedoch, daß die genannte Beschränkung in der Physik bedeutungsvolle und langwährende Hemmungen bewirkt hat, so z. B. die substantielle Vorstellung von der Materie. Vor allem aber dürfen wir wohl annehmen, daß der Begriff des absoluten Raumes mit auf jenem Fehler der Logik beruhte. Da die Grundform einer Aussage über Räumliches prädikativ sein mußte, konnte sie nur in einer Ortsbestimmung eines Körpers bestehen. Da Leibniz die Möglichkeit der Relationssätze erkannt hatte, konnte er zur richtigen Auffassung vom Raum gelangen: nicht der Ort eines Körpers, sondern seine Lagebeziehungen zu anderen Körpern bilden den elementaren Sachverhalt. Er begründete das erkenntnistheoretisch: nicht der Ort an sich, sondern nur die Lagebeziehungen sind feststellbar. Sein Kampf für die relativistische Raumauffassung gegen die absolutistische der Newton-Anhänger hatte ebensowenig Erfolg wie seine Forderung in der Logik. Erst nach 200 Jahren wurden, zugleich auf beiden Gebieten, seine Ideen wieder auf-begriffen und durchgeführt: in der Logik durch die Relationstheorie (De Morgan 1858; Pierce 1870), in der Physik durch die Relativitätstheorie (vorbereitende Gedanken bei Mach 1883; Einstein 1905).

5. Die logischen Antinomien

Etwa um die Jahrhundertwende traten in der jungen mathematischen Disziplin der Mengenlehre gewisse merkwürdige Widersprüche („Paradoxien") auf. Die nähere Untersuchung ergab bald, daß nicht spezifisch mathematische, sondern allgemein-logische Widersprüche vorlagen, die sog. logischen Antinomien. Die neue Logik war in ihrem damaligen Entwicklungsstadium nicht imstande, diese Widersprüche zu überwinden; das war ein Mangel, den sie mit der alten Logik gemein hatte. Dieser Mangel bildete einen weiteren Ansporn zur gründlichen Neugestaltung des Systems der Logik. Russell gelang es, die Widersprüche durch die „Typentheorie" auszuschalten. Dadurch wurde die Kluft zwischen alter und neuer Logik noch größer. Die alte Logik steht nicht nur bedeutend inhaltsärmer da, sondern kommt, da die Widersprüche in ihr nicht behoben sind, überhaupt nicht mehr in Betracht (davon wissen aber die meisten Lehrbücher der Logik noch nichts).

Betrachten wir das einfachste Beispiel einer Antinomie (nach Russell). Ein Begriff soll als prädikabel bezeichnet werden, wenn er sich selbst als Eigenschaft zukommt. Beispiel: der Begriff „abstrakt" ist abstrakt. Ein Begriff soll als imprädikabel bezeichnet werden, wenn er sich selbst nicht zukommt. Beispiel: der Begriff „tugendhaft" ist nicht tugendhaft. Nach dem Satz vom ausgeschlossenen Dritten ist der Begriff „imprädikabel" entweder prädikabel oder imprädikabel. Angenommen, er ist prädikabel; dann kommt er, gemäß der Definition von „prädikabel", sich selbst zu; ist also imprädikabel. Angenommen, der Begriff „imprädikabel" ist imprädikabel; dann ist dieser Begriff sich selbst zugeschrieben; also ist er nach der Definition von „prädikabel" prädikabel. Beide Annahmen sind also widerspruchsvoll. Es gibt eine ganze Reihe ähnlicher Antinomien.

Die Typentheorie besteht nun darin, daß alle Begriffe, also Eigenschaften und Beziehungen, in „Typen" eingeteilt werden. Beschränken wir uns der Einfachheit halber hier auf Eigenschaften. Hier werden unterschieden: die „Individuen", d. h. Gegenstände, die nicht Eigenschaften sind (nullte Stufe); die Eigenschaften von

2*

Individuen (erste Stufe); die Eigenschaften von Eigenschaften von Individuen (zweite Stufe) usf. Nehmen wir z. B. die Körper als Individuen; „viereckig", „rot" sind dann Eigenschaften erster Stufe; „räumliche Eigenschaft", „Farbe" sind Eigenschaften zweiter Stufe. Die Typentheorie besagt nun: eine Eigenschaft erster Stufe kann nur Individuen zukommen oder nicht zukommen, dagegen ist sie auf Eigenschaften erster oder höherer Stufe überhaupt nicht beziehbar; eine Eigenschaft zweiter Stufe kann nur Eigenschaften erster Stufe zukommen oder nicht zukommen, auf Individuen oder Eigenschaften zweiter oder höherer Stufe ist sie nicht beziehbar usf. Beispiel: Sind a, b Körper, so sind die Sätze „a ist viereckig", „b ist rot" wahr oder falsch, jedenfalls sinnvoll; ferner sind die Sätze „viereckig ist eine räumliche Eigenschaft" und „rot ist eine Farbe" wahr; dagegen sind die Wortreihen „a ist eine räumliche Eigenschaft", „viereckig ist rot", „Farbe ist eine räumliche Eigenschaft" weder wahr, noch falsch, sondern sinnlos, bloße Scheinsätze. Solche Scheinsätze werden vermieden, wenn ein Begriff (Eigenschaft) n ter Stufe jeweils nur auf einen solchen $(n-1)$ ter Stufe bezogen wird. Daraus folgt als besonders wichtiger Sonderfall, daß die Annahmen, eine gewisse Eigenschaft komme sich selbst zu oder sie komme sich nicht zu, weder wahr, noch falsch sein können, sondern stets sinnlos sind.

Befolgt man die Regel dieser Typentheorie, so kann, wie man leicht sieht, die genannte Antinomie „imprädikabel" gar nicht entstehen. Denn die genannten Definitionen für „prädikabel" und für „imprädikabel" können dann nicht aufgestellt werden, sind also sinnlos. In gleicher Weise werden auch die übrigen hier nicht genannten Antinomien mit Hilfe der Typentheorie ausgeschaltet.

6. Die Mathematik als Zweig der Logik

Zu den Zielen der Bemühungen um eine neue Logik gehörte, wie erwähnt, die logische Analyse der Arithmetik. Schon Frege kam zu dem Ergebnis, daß die Mathematik als Zweig der Logik aufzufassen sei. Diese Auffassung wurde von Whitehead und Russell in systematischer Durchführung bestätigt. Es zeigt sich nämlich, daß jeder mathematische Begriff aus den Grundbegriffen der Logik abgeleitet werden kann, und daß jeder mathematische Satz (sofern er in jedem möglichen Denkbereich beliebigen Umfanges gilt) aus den Grundsätzen der Logik abgeleitet werden kann.

Die wichtigsten Begriffe der neuen Logik (die zum Teil auf-