

Wissen und Wirken

Einzelschriften zu den Grundfragen
des Erkennens und Schaffens

Herausgeber
Priv.-Doz. Prof. Dr. E. Ungerer

39. Band

Dr. Rudolf Carnap
Physikalische Begriffsbildung

1926

VERLAG G. BRAUN IN KARLSRUHE

QC
6
C34

Physikalische Begriffsbildung

Von
Dr. Rudolf Carnap
Privatdozent an der
Universität Wien



me
1926

VERLAG G. BRAUN IN KARLSRUHE

Wissen und Wirken

Einzelschriften zu den Grundfragen des Erkennens und Schaffens



Tiefer als in aller wirtschaftlichen Bedrängnis wurzelt die seelische Not unserer Zeit in der Zusammenhanglosigkeit und Ziellosigkeit des Lebens, in der Veräußerlichung des Denkens und Wollens, in der erzwungenen Fachbeschränktheit und geistigen Enge, im fremden Auseinanderlaufen an sich wertvoller Bestrebungen. Aber schlaffer Untergangsstimmung zum Trotz regen sich ringsum lebendige Kräfte, die auf eine Überwindung der Vereinzelung, auf neue geistige Gemeinschaftsbildung hindrängen und die ihre Hoffnung und Stärke aus der in der Gärung unserer Tage sich allenthalben andeutenden inneren Umbildung der ganzen Welt- und Lebensanschauung schöpfen. In den Dienst solcher Verständigung über die Ziele und Wege zeitgenössischer Kultur will die Sammlung »Wissen und Wirken« treten. Sie will durch Zusammenarbeit hierauf eingestellter Männer und Frauen mithelfen, daß dem eingehegten Fachmenschen unserer Zeit aus dem Erfassen der Grundfragen anderer Wissens- und Lebensgebiete, aus dem Miterleben des geistigen Kampfes der Gegenwart in Wissen, Kunst, Religion, gesellschaftlichem Wirken wieder innere Einheit des Menschentums erwachse, daß wieder über einer Gemeinschaft gegenwartsbewußt Schaffender ein ewiger Sinn des Geschehens aufleuchte.

Abgeschlossene Einzeldarstellungen sollen in philosophischem Geiste Grundfragen behandeln. Dem außerhalb eines Gebiets Stehenden werden der Kenner und Forscher die Zusammenhänge, die beherrschenden Richtungen der Fragestellung zeigen, die jenem in der verwirrenden Vielheit der Erscheinungen entgehen. In schlichter Sprache wird das Wesen des Gegenstandes herausgearbeitet, das sonst hinter dem Dornestrüpp einer Fachgeheimsprache verborgen bleibt. Gute Form — und trotzdem zuverlässiger Inhalt. Keine bequeme »Popularisierung«, sondern Mitdenken fordernde, zielweisende »Einführung«. Nicht »Wissenschaft für Jedermann«, sondern neues Wissen für den, der schon wissenschaftlich denken gelernt hat. Kein »kleines Lehrbuch« und erst recht kein Lehrbuchauszug; das heißt aber: keine Stoffanhäufung, kein Streben nach Vollständigkeit und gleichmäßiger Behandlung, sondern klare Strichführung und zweckmäßige Auswahl des Erforderlichen. Lieber gut gestellte Fragen, als ungenügend durchschaubare Antworten. Über das Gebotene hinaus werden dem Leser die Mittel gezeigt zu weiterer Vertiefung des Erworbenen.

Alle Rechte
auch das der Übersetzung
vorbehalten

Americ. Copyright

by

G. Braun

vorm. G. Braunsche Hofbuchdruckerei und Verlag, G. m. b. H.
Karlsruhe i. B. 1926.

Einleitung

Die Aufgabe der Physik

Die Aufgabe der Wissenschaft

Die Wissenschaft hat die Aufgabe, Erkenntnisse zu sammeln und zu ordnen, um die Wirklichkeit in immer höherem Grade beherrschbar zu machen. Unter „Beherrschung der Wirklichkeit“ können wir zweierlei Verschiedenes verstehen. Unerklärbare Erscheinungen haben für den Menschen etwas Unheimliches an sich. Durch Erklärung und Verständnis des Zusammenhanges überwindet der Mensch den bedrückenden Einfluß dieser Erscheinungen, auch wenn er so wenig an ihnen ändern kann, wie am Wetter oder an den Bewegungen der Sterne. Über diese rein seelische Beherrschung hinaus kann eine praktische Beherrschung erstrebt und oft auch erreicht werden, die darin besteht, die Erscheinungen nach bewußter Absicht zu beeinflussen. Dazu ist es erforderlich, die gegenseitige Bedingtheit der Erscheinungen zu kennen, zu wissen, unter welchen Bedingungen ein bestimmter Vorgang zu erwarten ist. Wir können somit unterscheiden zwischen dem bloßen Verstehen der Wirklichkeit und dem Vorhersagen. Wenn beides auch gewöhnlich bei der einzelnen Wissenschaft gemischt auftritt, so können wir doch die Wissenschaften (auf einer bestimmten Entwicklungsstufe, z. B. der gegenwärtigen) nach dem Überwiegen des einen oder andern Anteils einteilen in Verstehenswissenschaften und Gesetzeswissenschaften. Gegenwärtig ist die Einteilung etwa folgende. Die systematischen Naturwissenschaften (z. B. Physik, Chemie, Biologie, Astronomie) sind überwiegend Gesetzeswissenschaften. Die historischen,

d. h. einen einmaligen Zeitablauf darstellenden, Naturwissenschaften (z. B. Geologie, Abstammungslehre der Organismen), die an Bedeutung hinter jenen systematischen zurückstehen, entwickeln sich auch immer mehr zu Gesetzeswissenschaften. Auch die systematischen Kulturwissenschaften (z. B. Kunsttheorie, Soziologie, Wirtschaftswissenschaft) setzen sich dieses Ziel, sind aber noch weiter von ihm entfernt und müssen sich überwiegend mit bloßem Verstehen begnügen. Die historischen Kulturwissenschaften (z. B. politische Geschichte, Sozialgeschichte, Kunstgeschichte, Religionsgeschichte) sind fast reine Verstehenswissenschaften; ob sie überhaupt nach allgemeinen Gesetzen zu fragen haben, ist umstritten.

Den genannten Wissenschaften, die die verschiedenen Teilgebiete und Seiten der Wirklichkeit behandeln und daher „Realwissenschaften“ heißen, stehen die „Formwissenschaften“ gegenüber, die nicht ein besonderes Wirklichkeitsgebiet behandeln, sondern die reinen (d. h. wirklichkeitsleeren) Formen, die die Realwissenschaften zur Bearbeitung ihrer Gegenstände benötigen. Diese Formwissenschaften (z. B. formale Logik, Relationstheorie, Mathematik) sind also Hilfswissenschaften der Realwissenschaften.

Der ordnenden Verarbeitung der Erkenntnisse, — mag sie nun auf bloßes Verstehen oder auf Voraussagen nach allgemeinen Gesetzen gerichtet sein, — geht die Gewinnung des Erkenntnismaterials voraus. Zu dieser ersten Phase der wissenschaftlichen Tätigkeit gehört z. B. die Vornahme von Experimenten, von Wetter- und Sternbeobachtungen, die Sammlung von historischen Berichten und Dokumenten, Statistiken und dergl. In der zweiten Phase werden die von den Formwissenschaften gelieferten Formen als Rahmen oder Schemata benutzt, um jenes Material zu verarbeiten, in ein geordnetes Gefüge zusammenzubauen. In der Wirklichkeit des wissenschaftlichen Betriebes sind die beiden Phasen fast stets miteinander verbunden. Doch erhält jede einzelne wissenschaftliche Tätigkeit durch das Über-

wiegen der einen oder der andern Komponente ein deutliches Gepräge. In manchen Wissenschaften pflegen sogar die Mitarbeitenden sich deutlich danach zu trennen, ob sie vorwiegend die Tätigkeit der ersten Phase ausüben oder die der zweiten (z. B. Experimentalphysiker und theoretische Physiker).

Was ist Begriffsbildung?

Eine Erkenntnis (im Sinn wissenschaftlicher Erkenntnis) besteht in der Feststellung eines Sachverhaltes, in seiner Darstellung durch Worte oder andere Zeichen (mathematische, chemische Zeichen oder dergl.). Jede solche Darstellung, — mag auch die dargestellte Tatsache noch so primitiv erscheinen, — gehört genau genommen schon zur ordnenden Verarbeitung, also zur zweiten Phase der wissenschaftlichen Tätigkeit. Ein Zeichen wird dadurch eingeführt, oder, wenn es schon in Gebrauch ist, nachträglich legitimiert, daß festgestellt wird, unter welchen Bedingungen es bei der Darstellung von Sachverhalten verwendet werden soll. Die Einführung oder Legitimierung des Wortes „Pferd“ geschieht z. B. dadurch, daß festgestellt wird, welche Bedingungen vorliegen müssen, damit wir ein Ding ein Pferd nennen, also durch Angabe der Kennzeichen des Pferdes (oder Definition des Wortes „Pferd“). Von einem Zeichen, das in solcher Weise eingeführt oder legitimiert ist oder das wir wenigstens als legitimierbar ansehen, sagen wir, es bezeichne einen Begriff. Ein Begriffszeichen ist also ein gesetzmäßiges Zeichen, mag es nun definiert sein oder nicht. Gesetzmäßig soll die Verwendung sein; das Zeichen soll nicht in beliebiger, willkürlicher Weise verwendet werden, sondern in bestimmter, gleichbleibender Weise; dabei kann die Einheitlichkeit der Verwendungsart entweder durch ausdrückliche Festlegung gesichert sein oder durch bloße gleichbleibende Gewohnheit, „Sprachgebrauch“.

Was ein Begriff ist, haben wir hiermit nicht gesagt; sondern nur, was es heißt, ein Zeichen bezeichne einen Begriff.

Das ist auch das einzige, was genau gesagt werden kann. Und das genügt auch; denn wenn von Begriffen sinnvoll die Rede ist, so handelt es sich stets um durch Zeichen bezeichnete oder doch grundsätzlich bezeichnbare Begriffe; und im Grunde ist dann stets die Rede von diesen Zeichen und ihren Verwendungsgesetzen.

Die Bildung eines Begriffes besteht in der Aufstellung eines Gesetzes über die Verwendung eines Zeichens (z. B. eines Wortes) bei der Darstellung von Sachverhalten. Im gewöhnlichen Leben und auf den ersten Stufen der Wissenschaft findet zwar auch eine Begriffsbildung statt, ohne daß doch derartige Gesetze über die Verwendung von Zeichen (Worten) ausdrücklich aufgestellt würden. Wohl aber werden dabei solche Gesetze unausgesprochen befolgt oder wenigstens ihre Befolgung gefordert. Sobald überhaupt von einem Begriff die Rede ist, handelt es sich stets um die einheitliche, also gesetzmäßige Verwendung eines Zeichens. Das Verhältnis der unformulierten Begriffsbildung zu der bewußten, formulierten in der entwickelten Wissenschaft entspricht etwa dem Verhältnis der „ungeschriebenen Gesetze“ der Sitte zu dem kodifizierten Recht.

Die Aufgabe der Physik

Die Physik hat die Aufgabe, die sinnlich wahrnehmbaren Gegenstände begrifflich zu behandeln, d. h. die Wahrnehmungen systematisch zu ordnen und aus vorliegenden Wahrnehmungen Schlüsse auf zu erwartende Wahrnehmungen zu ziehen. Auch die anderen Realwissenschaften (ob alle, bleibe dahingestellt) beziehen sich letztlich auf die Wahrnehmungen. Die Physik ist dadurch ausgezeichnet, daß sie die allgemeinsten Eigenschaften des Wahrnehmbaren untersucht, während die andern Wissenschaften eine Sonderauswahl treffen, indem sie sich etwa nur auf die Vorgänge an Organismen oder nur auf die Zusammenhänge des Menschenlebens beziehen.

Wie bei fast allen Wissenschaften, so werden auch bei der Physik die untersten Schichten des Gebäudes schon im vorwissenschaftlichen Denken des täglichen Lebens errichtet. Schon bevor es eine einheitliche Physik gibt, werden die wahrnehmbaren Dinge und Vorgänge verglichen, ihre räumlichen, qualitativen und zeitlichen Beziehungen festgestellt. Damit wird der Anfang gemacht zu dem Aufbau einer Gesamtordnung des wahrnehmbaren Geschehens. Die Arbeit der Physik besteht in nichts anderem als der Fortsetzung dieser Tätigkeit in geregelterer Weise; die Ordnung wird strenger durchgeführt, es werden besondere dingliche Hilfsmittel, die physikalischen Apparate, geschaffen, um den Bereich des zu verarbeitenden Materials zu erweitern; ferner auch besondere begriffliche Hilfsmittel, um die Verarbeitung gründlicher durchzuführen, Zusammenhänge höheren Grades behandeln zu können. Hier wollen wir gerade diese begrifflichen Hilfsmittel näher betrachten. Dabei werden wir den im System der Physik vorliegenden Stufenbau erkennen.

I. Die erste Stufe der physikalischen Begriffsbildung

Qualitative Stufe: wahrgenommene Dinge und Eigenschaften

Dinge und Dingeigenschaften

In dem Ausschnitt der Natur, den wir wahrnehmen, erkennen wir Dinge von verschiedener Größe, Gestalt und Lage und stellen an ihnen durch Wahrnehmung verschiedene Eigenschaften fest: ihre Farbe, Härte, Temperatur, Festigkeit, Elastizität, Gewicht usw. Nicht alle solche Eigenschaften gehen gleich unmittelbar auf die Wahrnehmung zurück. Welche Farbe oder Temperatur ein Körper hat, nehmen wir unmittelbar wahr, sobald der Körper in Reizbeziehung zu dem Sinnesorgan tritt, mit dessen Hilfe wir die betreffende Eigenschaft erkennen, also hier zum Auge bzw. zu den in der Haut liegenden Endigungen der Wärme- oder Kältenerven. Um dagegen zu erkennen, welche Festigkeit gegen Biegung, Druck oder Zug der Körper hat, müssen wir ihn durch Biegung, Druck oder Zug so lange in steigendem Maße beanspruchen, bis er bricht oder reißt. Zu diesen Eigenschaften zweiter Art, zu deren Feststellung wir erst einen bestimmten Vorgang herbeiführen müssen, gehören auch z. B. die folgenden: Zähigkeit und Sprödigkeit, Plastizität, Leichtschmelzbarkeit, Lösbarkeit (in bestimmten Flüssigkeiten), Höhe und Klangfarbe des Tones oder Art des Geräusches bei einer so oder so angeregten Eigenschwingung des Dinges.

Sehen wir genauer zu, so bemerken wir jedoch, daß kein scharfer Unterschied zwischen den Eigenschaften erster und zweiter Art besteht. Denn auch in einer Eigenschaft erster Art drückt sich nichts anderes aus als die Reaktionsweise des Dinges auf gewisse Bedingungen, denen es unterworfen wird; nur daß in diesem Falle die Bedingungen, um die es sich handelt, gewöhnlich schon ohne unser Zutun erfüllt sind. So bedeutet z. B. die Angabe, ein Körper sei rot, daß er, wenn er von weißem Licht bestrahlt wird, rotes Licht reflektiert; die Bedingung, mit weißem Licht bestrahlt zu sein, wird nicht ausdrücklich genannt, weil sie unter gewöhnlichen Umständen erfüllt zu sein pflegt.

So besagt also jede Angabe über eine Eigenschaft eines Dinges, wie es auf gewisse Bedingungen oder Beanspruchungen reagiert; d. h. was mit ihm geschieht, wenn es in der und der Weise gedrückt, gebogen, seiner Unterstützung beraubt, bestrahlt, erwärmt, dem Feuer ausgesetzt, ins Wasser gelegt wird usw. Eine Dingeigenschaft ist eine Reaktionsweise. Die Angabe einer (dauernden) Dingeigenschaft geschieht also durch einen Bedingungssatz („wenn . . . , so . . .“; „Implikation“); dieser Bedingungssatz seinerseits spricht von einmaligen, direkt wahrgenommenen Eigenschaften.

Die Induktion

Aus der Beobachtung einmaliger Eigenschaften („jetzt reflektiert der Körper rotes Licht“) wird auf dauernde Eigenschaften des Dinges geschlossen („dieser Körper ist rot“). Dies ist der erste Schritt in der Reihe von Schritten, die zu immer höheren Stufen der Begriffsbildung führen. Bei jedem der höheren Schritte finden wir das eigentümliche Verhältnis, das wir soeben für den ersten Schritt festgelegt haben, wieder: das Vorliegen eines Bedingungsverhältnisses zwischen Eigenschaften der Stufe n gibt Anlaß zur Bildung eines Begriffes der Stufe $n+1$, indem eine neue Eigenschaft aufgestellt wird, die von denjenigen Dingen ausgesagt wird, bei denen das betreffende

Bedingungsverhältnis vorliegt. (Denjenigen Körpern, bei denen das folgende Bedingungsverhältnis gilt: „wenn der Körper x mit weißem Licht bestrahlt wird, so reflektiert er rotes Licht“, wird die (Dauer-) Eigenschaft Rot beigelegt; die Erkennung dieses Stufenganges wird dadurch etwas erschwert, daß die Sprache den Unterschied der Stufen nicht beachtet, sondern sowohl die Momentaneigenschaft wie die Dauereigenschaft mit demselben Wort „rot“ bezeichnet).

Alle physikalischen Aussagen sind somit Bedingungs-aussagen. Und darin liegt ein besonderes Problem, auf das hier hingewiesen werden soll, wo wir den Bedingungs-aussagen zum erstenmal begegnen, gleich bei dem ersten Schritt der physikalischen Begriffsbildung. Das Eigentümliche liegt nämlich darin, daß alle physikalischen Aussagen, eben weil sie Bedingungs-aussagen sind, mehr behaupten, als beobachtet worden ist, ja als überhaupt beobachtet werden kann, also mehr behaupten, als man rechtmäßigerweise behaupten darf. Denn der Bedingungs-satz behauptet: so oft die und die Bedingungen erfüllt sind, wo und wann immer es auch sei, tritt das und das ein. Beobachtet worden ist aber nur, daß einige Male oder viele Male, jedenfalls in allen genügend bekannten Fällen unter den bestimmten Bedingungen das Bestimmte eingetreten ist; und niemals können alle Fälle als Beobachtungsmaterial vorliegen, da immer noch eine unbekannte Zukunft vor uns liegt.

Die Methode, aus ein- oder mehrmaliger Beobachtung eines gewissen Bedingungsverhältnisses auf seine allgemeine Gültigkeit zu schließen, wird „Induktion“ genannt. Aus unsern Überlegungen geht hervor, daß die Induktion keine logisch strenge Berechtigung hat. Sie kann aber als Legitimation ihre erfahrungsmäßige Bewährung anführen. Das der Methode der Induktion zugrundeliegende Axiom, „Unter gleichen Bedingungen geschieht Gleiches“ ist freilich gegen eine erfahrungsmäßige Widerlegung dadurch geschützt,

daß nie zweimal die gleichen Bedingungen vorliegen. Denn wenn einmal alle wahrgenommenen Bedingungen in zwei Fällen gleich sind und doch nicht dasselbe erfolgt, so besteht doch immer die Möglichkeit, die nicht direkt wahrgenommenen, sondern nur erschlossenen Bedingungen ungleich anzusetzen. Unter Umständen müssen zu diesem Zwecke neue, bisher nicht mit in Rechnung gezogene Bedingungen berücksichtigt werden. Die Kehrseite dieser Möglichkeit, jenes Axiom unter allen Umständen zu retten, besteht dann aber darin, daß infolge der Uerschöpflichkeit der Bedingungen alle physikalischen Aussagen (sowie auch alle Induktions-aussagen anderer Wissenschaften) nur Wahrscheinlichkeit, nicht absolute Gültigkeit beanspruchen dürfen.

Materialien und Materialeigenschaften

Wir haben gesehen, wie die (Dauer-) Eigenschaften der Dinge aus Einzelwahrnehmungen durch Induktion abgeleitet werden. Aus diesen Eigenschaften werden dann weitere erschlossen, z. B. das spezifische Gewicht eines Dinges aus seiner Größe und seinem Gewicht, das Material eines Dinges etwa aus Farbe, spezifischem Gewicht, Elastizität oder dergl.

Das Material ist ein für die weitere Begriffsbildung besonders wichtiger Begriff. Er tritt zunächst als Eigenschaft gewisser Dinge auf. Z. B. bedeutet „Eisen“ zunächst die Eigenschaft gewisser Dinge, eisern zu sein, d. h. die und die Eigenschaften, die „Kennzeichen“ des Eisens, zu haben. Diese Dingeigenschaft wird nun vergegenständlicht, d. h. als selbstständiger Gegenstand aufgefaßt, dem wiederum Eigenschaften zugeschrieben werden können; aber Eigenschaften von höherer Stufe als der der Dingeigenschaften. Und zwar schreibt man diesem neuen Gegenstand „Eisen“ diejenigen Eigenschaften zu, die allen den Dingen gemeinsam sind, denen auf Grund jener Kennzeichen die Eisernheit als Eigenschaft zukommt. Diese dem Eisen zugeschriebenen Eigenschaften, die ursprünglich

Dingeigenschaften sind, werden damit zu Materialeigenschaften. Da alle diejenigen Körper, die auf Grund ihres spezifischen Gewichts, ihrer Farbe usw. „eisern“ genannt werden, hart sind und leicht rosten, so schreiben wir dem Eisen die Härte und die Rostneigung als Materialeigenschaften zu. Die meisten von der Physik behandelten Eigenschaften sind Materialeigenschaften; besonders auf dieser ersten, der qualitativen Stufe.

Der Anlaß zur Bildung des Begriffes „Material“ liegt in dem Sachverhalt, daß Körper, die in gewissen Eigenschaften übereinstimmen, auch in bestimmten andern übereinzustimmen pflegen. Jene Eigenschaften gelten dann als Kennzeichen des Materials, diese als erschließbare Materialeigenschaften. Die Auswahl der Kennzeichen aus den Materialeigenschaften eines Materials ist übrigens in verschiedener Weise möglich. Die Bildung des Begriffes Material auf Grund gewisser Übereinstimmungen zwischen Dingen folgt einem Grundsatz, den wir in seiner Allgemeinheit erst später erörtern werden (auf der zweiten, quantitativen Stufe: Grundsatz der Begriffsbildung auf Grund einer transitiven, symmetrischen Beziehung).

Bedingungsverhältnisse

Wir haben gesehen, daß die physikalischen Aussagen Aussagen über Bedingungsverhältnisse sind, d. h. Aussagen von der Form: wenn a, so b. Auch auf allen anderen Erfahrungsgebieten gehört die Feststellung solcher Bedingungsverhältnisse zu den wichtigsten Aufgaben, schon von der primitivsten Erkenntnisstufe an. Auf der Kenntnis solcher Bedingungsverhältnisse beruht die Möglichkeit, nicht wahrgenommene Eigenschaften aus wahrgenommenen zu erschließen, zu erwartende Wahrnehmungen vorauszusehen. Z. B. erwarten wir bei den meisten Dingen, die zu unserer Nahrung gehören, sobald wir sie erblickt haben, auch einen ganz bestimmten Geschmack und Geruch. Die Wahrscheinlichkeit, daß solche Erwartung

getäuscht wird, ist umso geringer, je eigenartiger Gesamtgestalt und Aufbaustruktur des Körpers sind: ein Apfel oder ein Stück Brot werden unsre Erwartung nicht so leicht täuschen, wie eine gewisse, kristalline Masse, die wir für Zucker halten, oder eine Flüssigkeit, die wir für Wein ansehen.

Die Bedingungsverhältnisse, die in physikalischen Aussagen angegeben werden, sind von verschiedener Art. Erstens können die gleichzeitigen Eigenschaften eines Dinges in Abhängigkeit voneinander stehen. Ist z. B. ein Körper aus Kochsalz, (d. h., roh gesprochen: ist er weiß und hat den typischen Kochsalzgeschmack), so gibt er der Flamme die typische, gelbe Natriumfärbung. Zweitens sind die Vorgänge an einem Körper bedingt durch die Vorgänge in seiner Umgebung. Diese Bedingungsverhältnisse zweiter Art sind besonders wichtig, da sie zu einer eigentümlichen Begriffsbildung Anlaß gegeben haben; sie sollen daher genauer betrachtet werden.

Das „Wirkungsverhältnis“

Die Gesamtheit der Eigenschaften eines Körpers (oder Körperteils oder Systems von Körpern) zu einer bestimmten Zeit bildet den Zustand des Körpers zu dieser Zeit. Unter einem Vorgang an einem Körper während eines Zeitraumes ist die Reihe der Zustände des Körpers während dieses Zeitraumes zu verstehen.

Es zeigt sich nun schon in der vorwissenschaftlichen Erfahrung, daß die Vorgänge an einem Körper, also die Art, wie sein Zustand sich ändert, in bestimmter Weise bedingt ist durch den Zustand seiner Umgebung. Denn wir sahen früher, daß die wichtigsten physikalischen Eigenschaften, nämlich die Dauereigenschaften der Dinge und die Materialeigenschaften, nichts anderes sind als Reaktionsweisen des Körpers. Also besagt das Vorliegen solcher Eigenschaften, daß ein Körper bei bestimmter Änderung seiner Umgebung selbst eine bestimmte Zustandsänderung erleidet. Da alle bewußte Ein-

wirkung des Menschen auf die Außenwelt auf den Bedingungsverhältnissen dieser zweiten Art beruht, so ist es verständlich, daß er schon früh auf diese Bedingungsverhältnisse aufmerksam geworden ist und sie in besonderer Weise aufgefaßt hat. So bemerkte er z. B., daß ein Stück Eis schmilzt, wenn seine Umgebung erwärmt wird. Er begnügte sich nun nicht damit, das Bedingungsverhältnis festzustellen, sondern versetzte sich, wie es überhaupt dem mythischen Denken des primitiven Menschen entspricht, in den bedingenden Vorgang der Umgebung, z. B. das Feuer, durch Einfühlung selbst hinein und glaubte daher, zwischen diesem Vorgang und dem bedingten Vorgang, nämlich dem Schmelzen des Eises, bestehe dasselbe Verhältnis wie zwischen einer Regung seines Willens und dem äußeren Vorgang, den er wollend wirkt. Daher nannte er das Schmelzen des Eises die „Wirkung“ des Feuers. Obwohl diese mythisch-dichterische Auffassung ihrem Charakter nach in eine Zeit gehört, die mehr als ein Jahrtausend hinter uns liegt, und obwohl sie schon vor einigen Jahrhunderten von Philosophen ausdrücklich widerlegt und bekämpft worden ist, ist sie doch noch nicht aus dem heutigen Denken verschwunden; selbst nicht bei manchen Naturforschern, die glauben, die Physik habe nicht nur die Bedingungen der Vorgänge festzustellen, sondern die „Ursachen“, die die Vorgänge „bewirken“.

Das besprochene Bedingungsverhältnis zweiter Art hat keinerlei Anrecht darauf, eine Sonderstellung unter den Bedingungsverhältnissen zwischen physikalischen Sachverhalten eingeräumt zu bekommen und in der beschriebenen Weise als „Wirkungsverhältnis“ aufgefaßt zu werden. Ist die Zustandsänderung der Umgebung eines Körpers bekannt, so ist seine eigene Zustandsänderung durch seinen Anfangszustand bestimmt; ebenso aber auch durch den Endzustand. Es wird niemand die Auffassung vertreten, der Endzustand bewirke die Zustandsänderung des Körpers; genau ebenso viel oder wenig Recht hat die Auffassung, der Anfangszustand oder die

Zustandsänderung der Umgebung oder beide zusammen bewirkten die Zustandsänderung des Körpers.

Dasselbe folgt aus dem Vergleich mit dem Bedingungsverhältnis zwischen gleichzeitigen Dingeigenschaften. Es besteht kein grundsätzlicher Unterschied zwischen einer Aussage der Art „Gold ist gelb“, „Eis ist kalt“ und der Aussage „bei Erwärmung dehnen sich die Körper aus“. Denn jene Aussagen sind, wie wir früher schon überlegt haben, auch Bedingungsaussagen. Und so wenig die Tatsache, daß ein bestimmter Körper aus Eis ist, d. h. daß er aus Wasser ist und sich in festem Aggregatzustand befindet, die Kälte des Körpers bewirkt, sondern nur (im allgemeinen) hinreichende Bedingung für die Kälte ist, ebensowenig kann die Erwärmung eines Körpers seine Vergrößerung bewirken, sondern ist auch nur (im allgemeinen) hinreichende Bedingung für diese.

II. Die zweite Stufe der physikalischen Begriffsbildung

Quantitative Stufe: die physikalischen Größen

Zählung und Messung

Schon im täglichen Leben ist es häufig erforderlich, die Dinge oder Vorgänge nicht nur durch bloße Nennung von Eigenschaften („qualitative“ Angaben) zu beschreiben, sondern Zahlenangaben („quantitative“ Angaben) hinzuzufügen, wenn durch die Beschreibung ein genaues Bild gegeben werden soll oder wenn bei einer Verhaltensregel (z. B. bei einem Kochrezept) der gewünschte Erfolg von einer genauen Einhaltung der Bestimmungen abhängt. In noch höherem Grade erweist sich bei der wissenschaftlichen, also methodischen Untersuchung der Naturvorgänge die Verwendung quantitativer Angaben, ja schließlich die Zurückführung aller qualitativen Angaben auf quantitative als notwendig. Die Gründe dieser Notwendigkeit wollen wir später überlegen. Zunächst müssen wir eine ausführliche Antwort auf die Frage geben: wie ist die Gewinnung von quantitativen Angaben über die Wirklichkeit möglich und welche Voraussetzungen bestehen für sie?

Die Gewinnung quantitativer Bestimmungen auf irgend einem Gebiete geschieht entweder durch Zählung oder durch Messung. Das ursprünglichere Verfahren ist die Zählung. Sie ist aber nur in bestimmten Fällen anwendbar, nämlich wenn es sich um eine Menge wohlgetrennter einzelner Dinge oder Vorgänge handelt, deren Anzahl festgestellt wird; hierbei

können als Ergebnis offenbar nur ganze Zahlen auftreten. Bei der eigentlichen Messung dagegen kommen auch gebrochene Zahlen vor; Messung muß angewendet werden, wenn es sich um eine Menge handelt, die nicht aus getrennten Elementen besteht, sondern die entweder stetig ist oder doch als stetig behandelt wird. Steine oder Pulsschläge können gezählt werden; Länge, Temperatur, Zeitdauer müssen gemessen werden.

Die gebrochenen Zahlen, die als Ergebnis einer direkten Messung auftreten, sind stets rationale Zahlen; als nicht direkt gemessene, sondern aus gemessenen Zahlen erschlossene können auch irrationale Zahlen vorkommen. Z. B. wird die Länge der Diagonale eines Quadrates, dessen Seite nach Messung a cm lang ist, zu $a\sqrt{2}$ cm angesetzt.

Alle Zählung geht letzten Endes auf Zählung einer zeitlichen Reihe von Erlebnissen zurück. Gezählt werden können ursprünglich nur Vorgänge, die nacheinander erlebt werden und die eine gewisse Ähnlichkeit miteinander haben. Es werden etwa die Schläge einer Uhr gezählt, indem die Glieder einer bekannten Reihe, nämlich die Worte „eins, zwei, . . .“ den einzelnen Schlägen nacheinander zugeordnet werden. So aber werden auch zugleich bestehende Dinge gezählt; hier entsteht die Reihe der Vorgänge dadurch, daß man die Dinge nacheinander mit dem Finger berührt oder mit dem Blick trifft oder auch nur vorstellt. Das Ergebnis der Abzählung dieser zeitlichen Reihe wird dann auf die Menge der Dinge selbst übertragen.

Alle Messung geht im Grunde auf Zählung zurück. Die Zählung ist der einzige ursprüngliche Weg zur Gewinnung quantitativer Angaben. Die Messung irgend einer Größe ist eine Abzählung, die auf Grund bestimmter Festsetzungen vorgenommen wird. Diese Festsetzungen sind für die verschiedenen Größenarten sehr verschieden, befolgen dabei aber übereinstimmende Grundregeln. Diese Festsetzungen bilden das Fundament der quantitativen Begriffsbildung in der Physik. Wir betrachten sie deshalb ausführlich, sowohl nach ihren allgemeinen Regeln, wie auch für verschiedene

physikalische Größen als Beispiele. Wir werden dabei sehen, daß es sich um Festsetzungen über irgend eine Art von Gleichheit oder Übereinstimmung handelt; und zwar geht es zunächst um räumliche Gleichheit („Kongruenz“). Alle Messung irgend einer Größe wird in der Physik auf Messung räumlicher Länge zurückgeführt (in besonderen Fällen auch unmittelbar auf Zählung).

Analyse der Temperaturmessung

Physikalische Messung bedeutet Zuordnung von Zahlen zu irgendwelchen physikalischen Objekten (Dingen, Eigenschaften, Phasen eines Vorganges oder dgl.) eines bestimmten Bereiches. Diese Zuordnung darf, wenn sie überhaupt einen Sinn haben soll, nicht willkürlich geschehen, sondern muß sich nach dem qualitativen Verhalten der Objekte richten. In welcher Weise diese Anpassung der Zahlenzuordnung an das qualitative Verhalten zu geschehen hat, wollen wir zunächst am Beispiel des Temperaturbegriffes untersuchen und danach in allgemeine Regeln fassen, die wir dann bei andern Größenarten wiederfinden werden.

Die Bildung des Begriffes „Temperatur“ ist veranlaßt durch Erfahrungen verschiedener Art. Zunächst bemerken wir, daß verschiedene Körper, wenn sie mit unserer Haut in Berührung kommen, verschiedene Empfindungen des Wärme-Kälte-Sinnes hervorrufen; ferner auch derselbe Körper zu verschiedenen Zeiten. Auf Grund dieser Empfindungen können wir feststellen, wann ein Körper erwärmt und wann er abgekühlt wird. Wir denken uns nun, der Begriff der Temperatur sei uns noch nicht bekannt. Wir beschließen, auf Grund der genannten Erfahrungen jedem Körper (nötigenfalls auch den einzelnen Körperstellen) für jeden Zeitpunkt eine gewisse Zahl, die wir seine „Temperatur“ nennen wollen, in zweckmäßiger Weise so zuzuschreiben, daß das Wärmeverhalten der betreffenden Körper durch die zugeschriebenen Zahlen in möglichst

einfacher Weise erfaßt wird und daß auch die allgemeinen Gesetze dieses Verhaltens eine möglichst einfache Form annehmen.

Für ein und denselben Körper mögen wir etwa festsetzen, daß die ihm zugeschriebene Zahlenreihe, seine „Temperatur“, bei Erwärmung steigen, bei Abkühlung fallen soll. (Die umgekehrte Festsetzung wäre ja auch möglich und durchführbar.) Nun kommt das schwierigere Problem der Zuschreibung der Zahlen zu verschiedenen Körpern. Zunächst könnten wir versuchen, zwei Körpern dann die gleiche Temperatur zuzuschreiben, wenn sie dieselbe Wärmeempfindung hervorrufen, und einem Körper dann eine höhere Temperatur zuzuschreiben als einem andern, wenn er eine stärkere Wärmeempfindung (oder eine schwächere Kälteempfindung) hervorruft. Dieses Zuschreibungsverfahren würde sich jedoch als unzweckmäßig erweisen angesichts der Tatsache des „Wärmeausgleichs“. Wenn nämlich zwei Körper miteinander in Berührung gebracht werden, und es treten hierbei (ohne chemische Umsetzungen) bei beiden Wärmeänderungen ein, so stets in entgegengesetzter Richtung: bei dem einen eine Erwärmung, bei dem andern eine Abkühlung; ist nur bei dem einen eine Änderung wahrnehmbar, so wird (späteren Naturgesetzen zuliebe, die beim Begriff der spezifischen Wärme auftreten) dem andern eine entgegengesetzte Änderung von nicht wahrnehmbarer Größe zugeschrieben. Und zwar tritt stets bei dem wärmeren Körper Abkühlung, bei dem kälteren Erwärmung ein. Dieses Gesetz würde bei der versuchten Festsetzung über den Temperaturbegriff zuweilen Ausnahmen erleiden, indem bei Berührung der wärmer zu nennende sich erwärmen, der kältere zu nennende sich abkühlen würde. (Ein Stück Holz von der Temperatur 50° erscheint für die Empfindung kühler als ein Stück Eisen von der Temperatur 45° , kühlt sich aber bei der Berührung mit diesem ab.)

Um das wichtige Gesetz vom Wärmeausgleich aufrechtzuerhalten, müssen wir also die Festsetzungen über die Zuschreibung der Temperaturzahlen anders treffen. Wir gehen dabei

so vor, daß wir gerade das Verhalten beim Wärmeausgleich als Grundlage der Zuschreibung nehmen. Zunächst setzen wir fest, daß zwei Körper, die bei Berührung keine Wärmeänderung erleiden (wir sagen in diesem Falle: die Körper sind im „Wärmegleichgewicht“), dieselbe Zahl zugeschrieben erhalten sollen. Daß es möglich ist, diese Festsetzung durchzuführen, hängt aber noch von einer andern Erfahrungstatsache ab. Verhalten sich nämlich zwei Körper a und b in der angegebenen Weise zueinander, ferner auch die Körper b und c, so stets auch die Körper a und c; kurz: das Wärmegleichgewicht ist erfahrungsgemäß eine „transitive“ Beziehung. Würde diese Erfahrungstatsache nicht vorliegen, so könnten wir die angegebene Zuschreibungsart nicht eindeutig durchführen, denn dann würden wir den Körpern a und c einerseits dieselbe Zahl zuschreiben, andererseits aber dürften wir es nicht, da sie sich nicht im Wärmegleichgewicht befinden. Ferner hat die Beziehung des Wärmegleichgewichts, wie wir aus ihrer Definition erkennen können, ohne dafür auf Erfahrung Bezug nehmen zu müssen, die Eigenschaft der „Symmetrie“; d. h.: wenn sie zwischen a und b besteht, so auch zwischen b und a. Wie man leicht sieht, muß stets auch diese Bedingung für eine Beziehung erfüllt sein, die zur Grundlage der Zuschreibung gleicher Zahlen (irgend einer Größenart) gemacht werden soll.

Gleichfalls im Anschluß an das Verhalten beim Wärmeausgleich treffen wir nun die Festsetzung über die Zuschreibung ungleicher Zahlen: erleidet ein Körper bei Berührung mit einem andern eine Erwärmung oder eine Abkühlung, so soll ihm eine höhere, bzw. eine niedrigere Zahl zugeschrieben werden als jenem. Auch hier ist die Festsetzung nur deshalb durchführbar, weil die zugrunde gelegte Beziehung zwischen zwei Körpern gewisse formale Eigenschaften hat. Diese Beziehung, die sich darin ausdrückt, daß der eine Körper bei Berührung mit dem andern sich erwärmt, ist erstens „asymmetrisch“, d. h. wenn sie zwischen a und b gilt, so nicht zwischen b und a.

Das folgt aus der genannten Erfahrungstatsache, daß die Reaktionen zweier Körper beim Wärmeausgleich nie in gleicher Richtung erfolgen. Zweitens ist die Beziehung erfahrungsgemäß transitiv: besteht sie zwischen a und b und auch zwischen b und c, so stets auch zwischen a und c. Wäre die Bedingung der Asymmetrie oder die der Transitivität nicht erfüllt, so würde, wie man leicht erkennt, die einem Körper nach der getroffenen Festsetzung zuzuschreibende Zahl zuweilen sowohl größer als kleiner sein müssen als die Zahl eines andern Körpers; die Festsetzung würde also nicht widerspruchsfrei durchgeführt werden können. Drittens hat die hier zugrunde gelegte Beziehung eine gewisse reihenartige Beschaffenheit: sie besteht nämlich ihrer Definition nach stets in der einen oder der andern Richtung zwischen zwei Körpern, wenn nicht die Beziehung des Wärmegleichgewichts besteht. Wäre diese Bedingung nicht erfüllt, so würden wir zuweilen zwei Körpern nicht gleiche Zahlen zuschreiben dürfen, aber auch keinem von beiden eine größere Zahl als dem andern. Auch in diesem Falle wäre also die Festsetzung nicht durchführbar. (Wir würden dann kompliziertere Größenarten zuschreiben müssen als die Werte der eindimensionalen, einfach reihenförmigen Zahlenreihe.)

Würden zwei Physiker getrennt voneinander eine Zuordnung von Temperaturzahlen nach den getroffenen Festsetzungen vornehmen, so würden die Angaben der beiden stets darin übereinstimmen, ob der eine von zwei Körpern die gleiche, eine höhere oder eine niedrigere Zahl erhält als der andere. Wir sagen: sie stimmen in den „topologischen“ Temperaturangaben überein. Darüber hinaus wollen wir nun erreichen, daß beide auch jedem Körper dieselbe Zahl als Temperatur zuschreiben; wir sagen: ihre Temperaturangaben sollen nicht nur topologisch, sondern auch „metrisch“ übereinstimmen. Erst wenn dies der Fall ist, ist der Temperaturbegriff eindeutig festgelegt. Denn erst dann hat die Angabe der Temperatur eines Körpers zu einer bestimmten Zeit einen eindeutigen Sinn.

2*

Um diese Übereinstimmung zu erreichen, müssen wir noch drei weitere Festsetzungen treffen, die „metrischen Festsetzungen“. Nehmen wir etwa an, der eine der beiden Physiker schreibe den Körpern diejenigen Temperaturzahlen zu, die wir ihnen nach der üblichen Thermometerskala zuzuschreiben pflegen; der zweite Physiker dagegen möge denjenigen Körpern die Zahlen 0, 1, 2, 3, 4, 5 zuschreiben, die nach unserm Thermometer, also auch in der Zuschreibung des ersten Physikers, die Temperaturen -20 , 0 , 10 , 15 , 18 , 19 haben. Um die Zuschreibung des zweiten Physikers mit der des ersten in Übereinstimmung zu bringen, müssen wir erstens dafür sorgen, daß die „Skalenform“ dieselbe wird, d. h. daß zwei verschiedene Temperaturdifferenzen, die bei der einen Zuschreibung gleich sind, stets auch bei der andern gleich sind. Zweitens müssen wir für Übereinstimmung des Nullpunktes sorgen, und drittens für Übereinstimmung der Einheit. Die erste Forderung ist erfüllt, wenn die Zahlen 0, 1, 2, 3, 4, 5 des zweiten Physikers z. B. an den Stellen der Thermometerskala stehen, an denen bei dem ersten Physiker die Zahlen -20 , -10 , 0 , 10 , 20 , 30 stehen; auch die zweite, wenn sie z. B. an den Stellen 0, 5, 10, 15, 20, 25 stehen; ist schließlich auch die dritte Forderung erfüllt, so stehen sie an den Stellen 0, 1, 2, 3, 4, 5. Damit ist dann also die Übereinstimmung erreicht. Sind die Festsetzungen über Differenzgleichheit, Lage des Nullpunktes der Skala und Größe der Einheit getroffen, dann und nur dann ist die Größe eindeutig festgelegt. Erst dann ist sie als eine metrische Größe definiert; erst dann haben Angaben eines Größenwertes einen bestimmten Sinn. Wie diese Festsetzungen für die Temperatur und andere physikalische Größen zu treffen sind, werden wir später sehen.

Worin besteht die Definition einer physikalischen Größe?

Die Definition einer physikalischen Größe besteht in der Festlegung der Regeln, nach denen die Zuschreibung der

Größenwerte zu den Objekten geschehen soll. Man hat bisweilen gemeint, eine physikalische Größe (z. B. die Zeit) habe auch an und für sich, ohne Hinsicht darauf, wie sie zu messen sei, einen Sinn; die Frage nach der Methode der Messung sei eine zweite Frage. Demgegenüber muß scharf betont werden, daß der Sinn jeder physikalischen Größe darin besteht, daß bestimmten physikalischen Objekten bestimmte Zahlen zugeschrieben werden sollen. Solange nicht festgelegt wird, wie diese Zuschreibung geschehen soll, ist die Größe selbst noch nicht festgelegt und die Angaben über sie sind sinnlos. Messung aber ist ja nichts anderes als jene Zuschreibung. Nur die genauere Ausgestaltung der Messung im einzelnen, die Auswahl unter verschiedenen grundsätzlichen Möglichkeiten nach ihrer technischen Zweckmäßigkeit u. dgl. bilden sekundäre Fragen.

Wie wir an dem Beispiel der Temperatur gesehen haben, gehören zur vollständigen Definition einer physikalischen Größe fünf Bestimmungen, zwei topologische und drei metrische: 1 a) Bestimmung der Größenidentität, 1 b) Bestimmung der Reihenform und der positiven Richtung, 2 a) Festsetzung der Streckengleichheit und damit der Skalenform, 2 b) des Nullpunktes, 2 c) der Größeneinheit. Die Einführung einer physikalischen Größe darf zwar sehr wohl zunächst provisorisch geschehen, d. h. mit dem Vorbehalt späterer, zweckmäßigerer Festsetzung bestimmter Punkte. Solange jedoch einer der genannten Punkte überhaupt nicht (auch nicht einmal stillschweigend, wie es vielfach der Fall ist) festgelegt ist, kann nicht mit Sinn über die betreffende Größe geredet werden. Zumindest die Behauptungen über die Größe, die gerade den betreffenden noch fehlenden Punkt in irgend einer Weise berühren, entbehren dann noch des Sinnes. Das ist z. B. in bezug auf eine der fundamentalsten physikalischen Größen, die Zeit, lange nicht beachtet worden; bis zur Aufstellung der Relativitätstheorie fehlte jede Festlegung nach Regel 1 a, also die Definition der Gleichzeitigkeit. Manche Behauptungen, in

denen die Zeit vorkommt, haben erst nach irgend einer Ausfüllung dieser Lücke einen Sinn.

Viele physikalische Größen werden aus andern abgeleitet; für solche ergeben sich die Festsetzungen über die fünf Punkte aus der Definition und brauchen daher nicht ausdrücklich getroffen zu werden.

Die fünf Bestimmungen über eine physikalische Größe

Das an dem Beispiel des Temperaturbegriffs Erkannte wollen wir jetzt in allgemeine Regeln fassen, deren Anwendung dann noch an andern physikalischen Größen aufgezeigt werden soll.

1. Die topologische Definition einer physikalischen Größe

Voraussetzung und Anlaß für die Einführung einer Größenart ist ein erfahrungsmäßiger Befund von der Art, daß zwischen den Objekten (Körpern, Vorgängen) irgend eines Bereiches zwei Beziehungen bestehen: eine transitive, symmetrische und eine transitive, asymmetrische. Die erste Beziehung gibt dann Anlaß zur Bildung eines bestimmten Gleichheitsbegriffes, die zweite zur Bildung des Begriffes einer bestimmten Größenart, und zwar meist (nämlich wenn jene Beziehung eine gewisse Reihenartigkeit hat) einer eindimensionalen („skalaren“) Größe. Es wird dann bestimmt, daß die Zuschreibung der Zahlen zu den Objekten des Bereiches so geschehen soll, daß

a) den Objekten, zwischen denen die transitive, symmetrische Beziehung besteht, gleiche Zahlen zugeschrieben werden,

b) einem Objekt, das in der transitiven, asymmetrischen Beziehung zu einem andern steht, eine niedrigere Zahl als dem andern zugeschrieben wird.

2. Die metrische Definition der Größe durch drei Festsetzungen

Damit die Größe nicht nur topologisch bestimmt ist, d. h. nach der Gleichheit und nach der Richtung des Unterschiedes, sondern auch metrisch, d. h. nach ihren einzelnen Werten, ist

es erforderlich, drei Festsetzungen zu wählen. Die erste ist wesentlich, da sie auf die Form der Naturgesetze beträchtlichen Einfluß hat; die beiden andern sind unwesentlich.

Durch Änderung der ersten Festsetzung tritt im mathematischen Ausdruck eines Naturgesetzes an Stelle der betreffenden Größe irgendeine eindeutige, monotone Funktion der Größe; bei Änderung der zweiten oder dritten Festsetzung tritt zu der Größe bloß eine additive Konstante bzw. ein konstanter Faktor.

a) Es ist eine Skalenform zu wählen, d. h. eine Festsetzung darüber zu treffen, wann zwei Skalenstrecken, also zwei Größendifferenzen der betreffenden Größe, als gleich gelten sollen.

b) Es ist ein Nullpunkt der Skala zu wählen, d. h. eine Festsetzung darüber zu treffen, wann einem Objekt der Größenwert Null zugeschrieben werden soll.

c) Es ist eine Einheit zu wählen, d. h. eine Festsetzung darüber zu treffen, wann einem Objekt der Größenwert Eins zugeschrieben werden soll.

Zu a. Die Gleichheit der Skalenstrecken oder Größendifferenzen ist wohl zu unterscheiden von der Gleichheit der Größenwerte selbst; diese, aber auch nur diese, ist durch die topologische Bestimmung 1 a schon festgelegt. Die Festsetzung der Skalenform wird meist unter dem Gesichtspunkt gewählt, daß die Naturgesetze, in denen die betreffende Größe vorkommt, eine möglichst einfache Gestalt annehmen (insbesondere die energetischen Gesetze).

Zu b. In vielen Fällen ist die Entscheidung über die Wahl des Nullpunktes einfach und naheliegend, indem ein bestimmter Größenwert sich als „natürlichster“, d. h. einfachster Skalenanfangspunkt aufdrängt. In andern Fällen wird ein Größenwert gewählt, der sich genau in stets gleicher Weise durch einen leicht herzustellenden Vorgang realisieren läßt.

Zu c. Für die Festsetzung der Einheit muß auch irgend ein Objekt (ein wiederholbarer Vorgang oder sogar ein bestimmter einzelner Körper) als Normalobjekt gewählt werden.

Hier ist es meist nicht so, daß sich ein bestimmtes Objekt als einfachstes für die Wahl aufdrängt. Es wird deshalb ein bestimmtes, leicht zu erreichendes Material gewählt oder ein einzelner Körper, der möglichst wenig störenden Einflüssen ausgesetzt ist. Eine bestimmte Eigenschaft oder ein bestimmter Vorgang an diesem Material oder Körper ergibt dann die Größeneinheit. (Häufig wird aus praktischen Gründen ein bestimmter Bruchteil oder ein bestimmtes Vielfaches der Normalgröße als Einheit genommen.)

Beispiele der Begriffsbildung physikalischer Größen

Wir wollen jetzt an einigen Beispielen sehen, wie für physikalische Größen verschiedener Art die notwendigen Bestimmungen und Festsetzungen getroffen werden.

A. Die Länge

Wie früher schon gesagt, ist die Längenmessung die grundlegendste Messung der Physik, auf die die Messung vieler andern Größen zurückgeht. Ihre Begriffsbestimmung soll daher besonders genau untersucht werden.

Der Begriff des Längenmaßes ist viel älter als die Wissenschaft. Er ist uns so geläufig, daß wir uns gewöhnlich gar nicht bewußt machen, auf welchen Erfahrungen und gewählten Festsetzungen seine Begriffsbildung beruht. Aus diesem Grunde haben wir die erste Untersuchung nicht an ihm, sondern an dem Begriff der Temperatur durchgeführt, bei dem gerade infolge der größeren technischen Schwierigkeiten der Messung die notwendigen Voraussetzungen der Messung deutlicher zum Ausdruck kommen. Wir werden sehen, daß die vorwissenschaftliche Festlegung des Längenbegriffes im Grunde dieselben Regeln befolgt, die die Begriffsbildung der erst im wissenschaftlichen Verfahren eingeführten Größenarten bestimmen.

Wir wollen annehmen, der Begriff des Längenmaßes sei uns noch nicht bekannt, und wollen zusehen, wie er sich auf

Grund bestimmter Erfahrungen nach den aufgestellten Grundsätzen bilden läßt.

Die Erfahrungstatsache, die aller Längenmessung zugrundeliegt, ist die des Vorhandenseins „starrer Körper“. Die Körper, die aus gewissen Materialien bestehen, z. B. aus Metall, Stein, Holz, haben die Eigentümlichkeit, daß Kanten, die „kongruent“ sind, d. h. zur Deckung miteinander gebracht werden können, dauernd kongruent bleiben. (Wir sprechen der größeren Anschaulichkeit und Einfachheit halber von Kanten; genauer müßten wir von Punktpaaren an Körpern sprechen.) Die Körper, die solches Verhalten zeigen, nennen wir „starr in bezug aufeinander“. Die Erfahrung zeigt, daß ein Eisenstab und ein Stück Wachs oder Gummi nicht starr in bezug aufeinander sind; ferner auch nicht zwei Stücke Wachs. Wohl aber sind alle Körper, die z. B. aus Metall, Stein oder Holz bestehen, (annähernd) starr in bezug aufeinander. Da diese Körper nach unsrer Erfahrung die einzige Menge von Körpern bilden, die in bezug aufeinander starr sind, so nennen wir sie „die starren Körper“ schlechthin. Aus dem beschriebenen Verhalten der starren Körper folgt, daß die Kongruenz (Deckbarkeit) zwischen Kanten von starren Körpern eine transitive Beziehung ist: besteht sie zwischen a und b und auch zwischen b und c, so auch zwischen a und c; wenigstens gilt dies, soweit es überhaupt möglich ist, die beiden Kanten a und c in bezug auf Kongruenz zu prüfen. Da die Transitivität sich im Bereiche der Prüfbarkeit überall vorfindet, so setzen wir auch dort, wo sie nicht prüfbar ist, weil die betreffenden Kanten einander nicht genähert werden können, die Transitivität als bestehend an: so nennen wir z. B. Kanten desselben Steines dann kongruent (obwohl sie sich ja nicht zur Deckung bringen lassen), wenn jede von ihnen mit einer und derselben andern Kante (z. B. eines bestimmten zweiten Steines) sich als kongruent erweist. Die hier dargestellte Erweiterung des Umfanges der zugrunde gelegten Beziehung durch Ansetzung der Transitivität

des Meterstabes gemessen einander gleich, so auch nach jeder der beiden neuen Skalen; ist eine Strecke nach der einen Skala länger als eine bestimmte andere Strecke, so auch nach jeder der beiden andern Skalen. Verschiedene Antwort geben die Skalen nur auf die Fragen, welche Länge eine Strecke hat und um wie viel länger die eine Strecke ist als die andere. Die Feststellung der Skalenform geschieht nun nach Regel 2 a durch eine Festsetzung über die Gleichheit von Streckendifferenzen. Die seit jeher übliche Skalenform des Längenmaßes ergibt sich, wenn wir diese Festsetzung in folgender Weise treffen: zwei Streckendifferenzen sollen dann als gleich angesehen werden, wenn sie, als Strecken aufgefaßt, dieselbe Länge haben. Wie wir an den angegebenen anderen Skalenformen erkennen, ist diese Entscheidung nicht etwa notwendig; ein gewisser Grad von Trivialität ist ihr freilich nicht abzuschreiben, weil sie eben die weitaus einfachste ist. Ein besonderer Einwand gegen die Wahlfreiheit dieser Festsetzung wird im nächsten Abschnitt erörtert (über Additionstheoreme). Daß im Falle der Länge eine Entscheidung in der angegebenen Form getroffen werden kann, beruht darauf, daß die Größenart der Länge so beschaffen ist, daß Streckendifferenzen als Strecken selbst aufgefaßt und gemessen werden können. Nicht für alle Größenarten gilt das Entsprechende; Temperaturdifferenzen z. B. können nicht als Temperaturen aufgefaßt werden.

Aus der angegebenen Festsetzung folgt das bekannte, uralte Verfahren der Längenmessung durch mehrmaliges Hintereinanderlegen eines Einheitsmaßstabes. Die Einteilung des Maßstabes geschieht dementsprechend dadurch, daß eine andere, kleinere starre Kante gesucht wird, die längs der Einheitskante eine bestimmte Anzahl Male (z. B. zehn im dekadisch-metrischen System) hintereinander gelegt werden kann.

2 b) Festsetzung über den Nullpunkt der Längenskala: Die Länge Null schreiben wir dem Abstand zweier Punkte zu, wenn die Punkte sich berühren oder räumlich zu-

sammenfallen. Auch diese Festsetzung erscheint zunächst als selbstverständlich oder notwendig, aber auch sie beruht auf freier Entscheidung; freilich wird uns durch die Natur der Sache gerade diese Entscheidung sehr nahe gelegt. Die logische Möglichkeit einer andern Wahl erkennen wir an dem dritten Beispiel einer Skala, die mit -2 beginnt. Wie vorhin bei der Frage der Skalenform, so wird man auch hier gegen eine Skala mit anderer Anfangszahl als Null einwenden, daß man mit einer solchen Skala zwar auch den Punktabständen Zahlen zuordne, aber damit durchaus nicht das messe, was mit dem Wort „Länge“ gemeint sei. Dieser Einwand hat freilich insofern recht, als Skalenform und Anfangszahl festliegen, wenn eine ganz bestimmte Bedeutung des Wortes „Länge“ vorausgesetzt wird. Trotzdem bleibt aber die Tatsache bestehen, daß die Physik an einem bestimmten Punkte ihres systematischen Aufbaues die Entscheidung über Skalenform und Nullpunkt auch für diese Größenart wie für jede andere, einzuführende Größenart treffen muß. Daß in diesem Falle das vorwissenschaftliche Leben schon eine Entscheidung getroffen hat, kann zwar die wissenschaftliche Entscheidung erleichtern oder sogar unbewußt geschehen lassen. Sobald jedoch die Geltung der Wahlfreiheit auch für diese Entscheidung erkannt ist, besteht zum mindesten die Aufgabe, die vorwissenschaftliche Entscheidung bewußt zu prüfen und ausdrücklich anzuerkennen (oder zu verwerfen).

2 c) Für die Wahl der Einheit der Länge gibt es keine natürlich sich aufdrängende Entscheidung. Es wird ein bestimmter einzelner Körper festgelegt (Erdkörper) oder eigens hierfür hergestellt (Pariser Normalmeterstab), an dem eine bestimmte Strecke die Längeneinheit oder ein bestimmtes Vielfaches davon hat. Um die Längeneinheit unabhängig von einem bestimmten Einzelkörper festzulegen, kann man sie in Beziehung setzen zu einer bestimmten Länge, die durch irgend einen immer wiederholbaren Vorgang dargestellt wird; von allen Vorgängen, die hierfür grundsätzlich in Betracht kommen, erfüllen

auch im nicht prüfbar Bereich wird übrigens auch bei der Begriffsbildung anderer Größenarten oft vorgenommen; und ebenso auch bei der zweiten, der asymmetrischen Beziehung. Daß die Kongruenz eine symmetrische Beziehung ist, ergibt sich aus ihrer Definition.

Die zweite Beziehung, auf der die Begriffsbildung der Länge beruht, ist die der „Teildeckung“: die Kante a eines Körpers kann mit einem echten Teil der Kante b eines andern Körpers zur Deckung gebracht werden, d. h. die beiden Körper können so aneinander gelegt werden, daß der eine Endpunkt von a mit einem Endpunkt von b zusammenfällt, der andre Endpunkt von a aber mit einem inneren Punkt von b . Aus dieser Definition und der der starren Körper folgt, daß die Beziehung der Teildeckung zwischen zwei Kanten starrer Körper bestehen bleibt, wenn sie einmal gilt. Diese Beziehung ist asymmetrisch und transitiv.

Wir wenden nun die früher aufgestellten Regeln über die fünf Bestimmungen einer Größenart an.

1 a) Die Beziehung der Kongruenz zwischen Kanten starrer Körper ist transitiv und symmetrisch. Wir schreiben deshalb zwei solchen Kanten dieselbe Zahl als „Länge“ zu. Bei den Kanten anderer Körper ist nur momentane, nicht dauernde Kongruenz feststellbar; einer solchen Kante schreiben wir die gleiche Länge zu wie einer mit ihr momentan kongruenten Kante eines starren Körpers; denn auch die Beziehung der momentanen Kongruenz ist transitiv und symmetrisch.

1 b) Die Beziehung der Teildeckung zwischen Kanten starrer Körper (bzw. der momentanen Teildeckung, wenn es sich um einen oder zwei andere Körper handelt) ist transitiv und asymmetrisch. Ferner hat sie die früher beschriebene reihenartige Beschaffenheit. Dieses Verhalten der Körper veranlaßt uns nach Regel 1 b zur Einführung einer eindimensionalen Größe. Stehen zwei Kanten (dauernd oder momentan) in dieser Beziehung, so schreiben wir (dauernd oder für den

betreffenden Zeitpunkt) der ersten eine kleinere Längenzahl zu als der zweiten.

2 a) Wir kommen nun zu den metrischen Bestimmungen. Die wesentliche metrische Festsetzung, nämlich die der Skalenform, ist in diesem Falle nicht schwer zu wählen. Eine bestimmte Art dieser Festsetzung hat ein solches Übergewicht der Einfachheit und damit der Zweckmäßigkeit, daß sie aller Längenmessung seit den ältesten Zeiten zugrundegelegt worden ist und uns auf den ersten Blick sogar als einzig mögliche erscheint, so daß wir glauben, eine Wahlfreiheit liege überhaupt nicht vor. Wir erkennen jedoch aus Analogie mit der Temperaturmessung, deren Erörterung aus diesem Grunde vorangestellt worden ist, daß auch hier bei der Längenmessung grundsätzlich eine Wahlfreiheit bezüglich der Skalenform besteht. Es handelt sich dabei nicht etwa um die Wahl des Maßstabmaterials; diese Wahl soll schon zugunsten der genannten Materialien der „starrten Körper“ entschieden sein; das gehört zu Regel 1 a.

Wir erinnern uns daran, daß man an Stelle der üblichen Thermometerskala eine neue Skala durch andere Verteilung der Zahlen einführen könnte. Ebenso können wir auf einem üblichen Meterstab die Skala ändern, indem wir an Stelle der Zahlbezeichnungen beliebige andere setzen, die aber in ihrer topologischen Ordnung mit der ursprünglichen übereinstimmen müssen (d. h. wachsenden Zahlen der alten Skala müssen wachsende der neuen entsprechen). Wir können etwa an die Stellen, wo ursprünglich die Zahlen 0, 20, 30, 35, . . . stehen, die Zahlen 0, 1, 2, 3, . . . setzen; sogar die Zahlen -2 , -1 , 0, 1, . . . können wir an jene Stellen setzen. Vom Standpunkt der alten Skala aus ist freilich die neue „falsch“; nehmen wir aber die neue als ursprüngliche Skala, so gibt es für ihre Beurteilung kein „wahr“ oder „falsch“, sondern nur ein „zweckmäßig“ und „unzweckmäßig“. Topologisch stimmen die drei Skalen überein: sind irgend zwei Strecken nach der üblichen Skala

nur die optischen Wellenlängen die praktische Bedingung, mit genügend hoher Genauigkeit meßbar, d. h. mit andern Strecken vergleichbar, zu sein. Z. B. ist durch die Angabe, daß die Wellenlänge einer bestimmten Spektrallinie (D 1) 0,0005896156 Millimeter beträgt, die Längeneinheit durch Beziehung auf einen immer und überall wiederholbaren Vorgang festgelegt.

Wie wir sehen, hat die Begriffsbildung der Länge ihre Erfahrungsgrundlage im Begriff der starren Körper. Eine Schwierigkeit entsteht nun dadurch, daß die wirklichen Körper niemals genau dem Begriff des starren Körpers entsprechen. Die Kanten zweier Eisenstäbe, die einmal zur Deckung gebracht werden, können ein andermal nicht genau zur Deckung gebracht werden. Und zwar geschieht dies unter gewissen Bedingungen, die wir als Wärmeausdehnung, elastische Beanspruchung u. dgl. bezeichnen. Wir werden dadurch dazu geführt, der Kante eines (etwa eisernen) Körpers nicht immer dieselbe Länge zuzuschreiben, sondern eine Länge, die in gewisser funktionaler Abhängigkeit von seinem Zustand steht. Dabei gehen wir in folgender Weise vor. Wir bestimmen zunächst mit einem eisernen Maßstab, der selbst nicht erwärmt wird, das Gesetz der Verlängerung anderer Eisenstäbe bei Erwärmung. Wir finden, daß die Abhängigkeit der Verlängerung von der Erwärmung bei den verschiedenen Eisenstäben gleich ist. Verwenden wir nun unsern eisernen Maßstab in Fällen, wo er selbst eine andere Temperatur hat, so setzen wir seine Länge nicht gleich der ursprünglichen l_0 an, sondern so, wie sie sich aus der Annahme ergibt, daß er dasselbe Ausdehnungsgesetz befolgt wie die andern Eisenstäbe: $l = l_0 (1 + \alpha t)$, wenn α den vom Material abhängigen Wärmeausdehnungskoeffizienten bezeichnet und t die Temperaturerhöhung. Inwiefern in dieser Bezugnahme der Längendefinition auf andere Größen, die doch ihrerseits erst wieder mit Hilfe von Längen definiert werden, kein Zirkel liegt, soll später beim Begriff der Temperatur erörtert werden. Im Hinblick auf möglichste Einfachheit des Ausdrucks

der Abhängigkeitsfunktion kann die Wahl der zur Definition der Länge geeigneten Materialien verengert werden: z. B. muß beim Holz ein Korrekturglied in bezug auf Feuchtigkeit eingefügt werden, beim Eisen nicht.

Die Entscheidung zwischen euklidischer und nicht-euklidischer Geometrie. Ist der Längenbegriff festgelegt, so ist die Frage nach der Struktur des Raumes unserer Wirklichkeit eine Erfahrungsfrage. Die Antwort auf Grund der bisherigen Messungen lautet, daß der Raum entweder euklidisch ist oder doch nur sehr wenig vom euklidischen abweicht.

Wenn die Aussagen der allgemeinen Relativitätstheorie über die räumlichen Verhältnisse in Gravitationsfeldern zu Recht bestehen — und die Beobachtungen über das Verhalten von Lichtstrahlen, die in der Nähe der Sonne vorbeigehen, scheinen diese Aussagen zu bestätigen —, so liegen da jedoch noch zwei Möglichkeiten für die Fassung des Längenbegriffes vor. Entweder fügen wir den Einfluß des Gravitationsfeldes auf den Maßstab ebenso als Korrekturglied in die Definition der Länge ein, wie wir es mit den Korrekturgliedern der Wärmeausdehnung usw. machen; in diesem Falle hat der Raum (nach dem jetzigen Stande der physikalischen Erkenntnis) überall, auch im Gravitationsfeld, euklidische Struktur. Oder wir nehmen dies Korrekturglied nicht in die Definition auf, sondern fassen den Einfluß der Gravitation auf den Maßstab als Eigenschaft des Raumes, nicht als physikalische Kraft, auf; dann ist der Raum im Gravitationsfeld nichteuklidisch. Zur Begründung dafür, daß man den Einfluß des Gravitationsfeldes auf den Maßstab nicht als physikalische Kraft auffaßt, die Ausdehnung bei Erwärmung aber doch, kann man darauf hinweisen, daß die Gravitationsverkürzung bei allen Materialien in zahlenmäßig gleicher Weise stattfindet, die Wärmeausdehnung dagegen vom Material abhängt. Das erste Vorgehen, das zu einer euklidischen Raumstruktur führt, hat hierdurch den Vorzug der einfacheren Geometrie der Welt; bei dem zweiten Vorgehen ist zwar die Geometrie nicht so einfach, dafür gewinnen aber die Naturgesetze in sehr viel stärkerem Maße an Einfachheit. Die Physik hat sich gegenwärtig noch nicht endgültig für eine der beiden Begriffsbestimmungen der Länge entschieden.

Die Messung aller andern räumlichen Größen: eines Winkels, eines Flächeninhaltes, eines Volumens, ist leicht auf Längenmessung zurückzuführen. Das ist eine rein geometrische Angelegenheit, auf die wir hier nicht einzugehen brauchen.

Über Additionstheorem und Summierbarkeit einer Größenart

Gegen die vorhin aufgestellte Behauptung, daß die übliche Skalenform der Längenskala nur die einfachste, nicht aber die einzig mögliche sei, könnte man einwenden, daß bei den andern Skalenformen (z. B. den beiden vorhin genannten, abweichenden Formen) eine Strecke, die aus zwei Teilstrecken mit den Längen a und b besteht, nicht immer die Länge $a+b$ haben würde. Verlangt man dies von der Längenskala, so ergibt sich allerdings eindeutig eine bestimmte Skalenform, und zwar die übliche. Aber es ist eben nicht notwendig, diese einfache Formel $c=a+b$ als „Additionstheorem“ zu fordern, wenn es auch zunächst so scheinen mag. Unter einem Additionstheorem in bezug auf eine Größenart verstehen wir die Bestimmung über die Abhängigkeit der Größe eines zusammengesetzten Gebildes von den Größen der Teilgebilde. Allerdings haben wir bei der Größenart der Länge die glückliche Möglichkeit, jenem Additionstheorem von einfachster Form zur Geltung zu verhelfen, indem wir die Definition der Länge, genauer: die Bestimmung der Skalenform für die Länge, in geeigneter Weise fassen, wie wir es vorhin getan haben. Ist aber irgend eine Größenart schon festgelegt, d. h. ihrer Skalenform nach bestimmt, so kann die Frage, ob für sie ein Additionstheorem von der genannten einfachen Form oder eines von komplizierterer Form gilt, nur durch die Erfahrung beantwortet werden. Die Frage taucht überhaupt nur auf bei solchen Größenarten, bei denen eine Größendifferenz auf irgend eine Weise als Größe selbst aufgefaßt und gemessen werden kann. Bei der Temperatur ist es z. B., wie erwähnt, nicht der Fall. Dagegen trifft es z. B. zu bei der Geschwindigkeit, genauer: bei der Relativgeschwindigkeit eines Körpers gegen einen andern.

Um nicht mit vektoriellen, sondern nur mit eindimensionalen Größen zu tun zu haben, betrachten wir den Fall einer eindimensionalen Bahn, etwa einer Geraden. Hat hier ein Körper B die Relativgeschwindigkeit v_1

gegen den Körper A und der Körper C die Geschwindigkeit v_2 gegen A, so können wir als Repräsentanten der Differenz dieser Größen die Relativgeschwindigkeit d von C gegen B auffassen. Nach der auch in der Physik früher üblichen Auffassung wird ja nun auch diese Größendifferenz d durch die arithmetische Differenz der beiden Größen v_2 und v_1 gemessen: $d = v_2 - v_1$. Das entspricht einem Additionstheorem von jener einfachsten Form: $v_2 = v_1 + d$. Die Relativitätstheorie (und zwar schon die wohl kaum mehr umstrittene sog. spezielle) hat uns aber gelehrt, daß dieses Theorem zwar mit einer Annäherung gilt, die für alle praktischen Zwecke genügt, aber doch nicht mit absoluter Genauigkeit. An seine Stelle tritt vielmehr das (Einsteinsche) Additionstheorem:

$$v_2 = \frac{v_1 + d}{1 + \frac{v_1 d}{c^2}} \quad (c \text{ bezeichnet die Lichtgeschwindigkeit } 300\,000 \text{ km/Sek.).}$$

Gegen das von der einfachsten Form abweichende Additionstheorem für die (Relativ-)Geschwindigkeit ist anfangs oft eingewendet worden, daß es unsinnig sei, weil es in Widerspruch stehe zu den klaren Begriffen von Raum, Zeit und Geschwindigkeit. Die Form des Additionstheorems für irgend eine Größenart ist jedoch nicht aus den Begriffen ableitbar, sondern muß durch Erfahrungen festgestellt werden. Das hat für die Längenmessung allerdings nur theoretische Bedeutung, weil die Länge als ursprünglichste Größe eben so definiert werden kann, daß das einfachste Additionstheorem gilt. Für die Geschwindigkeit dagegen ergeben sich praktische Konsequenzen. Das liegt daran, daß die Geschwindigkeit eine aus Länge und Zeit abgeleitete Größe ist, deren Skalenform nach Festlegung der Form für Länge und Zeit nicht mehr frei gewählt werden kann.

Aus den angestellten Überlegungen folgt, daß wir in bezug auf die Festsetzung der Skalenform — oder, was dasselbe bedeutet, die Festsetzung über die Gleichheit von Größendifferenzen — irgend einer Größenart drei Fälle zu unterscheiden haben. Die Größenart kann entweder so beschaffen sein, daß ein Additionstheorem möglich ist, oder nicht. Das erste ist der Fall, wenn eine Größendifferenz dieser Größenart als Größe

selbst aufgefaßt und gemessen werden kann, d. h. wenn es einen Vorgang gibt, den man mit einigem Sinn als die Zusammensetzung zweier Größen der betreffenden Art auffassen kann; oder (was auf dasselbe hinausläuft) wenn es einen Vorgang gibt, den man als Teilung einer Größe auffassen kann. Eine solche Größenart wollen wir „summierbar“ nennen (oder „zusammensetzbar“ oder „teilbar“). Zwei Längen a und b können wir zusammensetzen, indem wir zwei Gegenstände (Körperkanten), die die Längen a und b haben, hintereinander legen; zwei (Relativ-)Geschwindigkeiten v_1 und d können wir zusammensetzen, indem wir dem Körper B die Relativgeschwindigkeit v_1 gegen A geben und dann dem Körper C die Relativgeschwindigkeit d gegen B. Zwei Temperaturen dagegen können wir nicht zusammensetzen; haben die Körper A, B die Temperaturen t_1 bzw. t_2 , so wissen wir keinen Vorgang an ihnen so zu bestimmen, daß dabei eine Temperatur auftritt, die wir mit einigem Sinn als aus t_1 und t_2 zusammengesetzt ansehen dürften. Länge und Geschwindigkeit sind also summierbare Größenarten, Temperatur nicht.

Für jede Größenart liegt somit eine der drei folgenden Möglichkeiten vor.

1. Fall. Die Größenart gehört zu den summierbaren; für sie gilt also ein Additionstheorem; und zwar hat dieses jene einfachste Form: $c=a+b$. Dies kann entweder dadurch zustande kommen, daß wir die Definition der betreffenden Größenart, genauer: die Festsetzung über die Skalenform, zweckentsprechend wählen (wie bei der Länge), oder dadurch, daß die anderweitig bestimmte Größenart erfahrungsgemäß diese Beschaffenheit aufweist (wie bei der Geschwindigkeit nach der früheren Physik). Eine Größenart mit solchem Additionstheorem wollen wir „additiv“ nennen. (Beispiele: Länge, Flächeninhalt, Volumen, Winkel, Zeit, Geschwindigkeit [nach bisheriger Auffassung], Gewicht, Masse, elektrische Ladung, elektr. Potential, Wärmemenge, Energie.)

2. Fall. Die betreffende Größenart ist summierbar, aber nicht additiv. Für sie gilt also ein Additionstheorem von anderer, weniger einfacher Form. (Beispiele: Geschwindigkeit [nach der Relativitätstheorie], der Sinus eines Winkels [und die übrigen goniometrischen Funktionen]).

3. Fall. Die betreffende Größenart ist nicht summierbar; es gibt keine Zusammensetzung von Größen, also kein Additionstheorem. (Beispiele: Temperatur, Wellenlänge.)

Ein wichtiges Beispiel dafür, daß die Additivität einer Größenart nicht selbstverständlich ist, bildet das Gewicht; bevor man dies einsah, hat man geglaubt, die Hebel-sätze a priori, d. h. als denotwendig ableiten zu können, während sie in Wirklichkeit Erfahrungssätze sind. Erst sehr spät hat man diesen Fehler eingesehen (Ernst Mach).

B. Die Temperatur

Da wir den Temperaturbegriff für die Ableitung der allgemeinen Regeln der Größenbestimmung benutzt haben, so genügt hier eine kurze Erörterung.

1 a) Die Temperaturgleichheit wird definiert auf Grund der transitiven, symmetrischen Beziehung des Wärmegleichgewichts.

1 b) Der Begriff „höhere Temperatur“ wird definiert auf Grund der transitiven asymmetrischen Beziehung, die sich bei den Vorgängen des Wärmeausgleichs zeigt.

2 a) Die Skalenform kann dadurch festgelegt werden, daß zwei Temperaturdifferenzen dann als gleich angesetzt werden, wenn eine Quecksilbermenge bei den beiden entsprechenden Erwärmungen die gleiche Volumzunahme erfährt. Diese Skalenform besitzt die Skala unserer üblichen Quecksilberthermometer. Wir sehen, daß diese Bestimmung schon die Längenmessung voraussetzt, die ja auch die ursprünglichste

Messung sein soll. Hier scheinen wir uns jedoch eines Zirkels schuldig gemacht zu haben, indem wir ja bei den Bestimmungen der Längenmessung, nämlich in der Korrektur wegen Wärmeausdehnung des Maßstabes, schon auf Temperaturen Bezug genommen haben. Dieser Anschein eines Zirkels verschwindet, wenn wir die verschiedenen Genauigkeitsstufen berücksichtigen. Eine erste, rohe Längenbestimmung ist ohne Wärmekorrektur möglich. Erst eine genauere Längenmessung muß Rücksicht auf die Temperatur nehmen. Hierfür braucht aber die Temperatur noch nicht mit dem genaueren Längenmaß bestimmt zu sein, sondern nur mit dem ersten, rohen; denn von ihr hängt nur eine kleine Änderung des Ergebnisses der genaueren Längenmessung ab. Mit Hilfe der genaueren Längenmessung kann dann wiederum die Genauigkeit der Temperaturbestimmung um eine Stufe gehoben werden usf. (Eine andere Möglichkeit, den Zirkel zu vermeiden, besteht darin, daß zunächst nur die topologische Bestimmung des Temperaturbegriffs aufgestellt wird: 1 a und b; hierfür wird der Längenbegriff noch nicht vorausgesetzt. Die Bestimmung der Länge kann sich dann auf die Messung mit einem Maßstab von „unveränderter Temperatur“ stützen, denn der Begriff der „unveränderten Temperatur“ setzt nur die topologische, nicht die metrische Bestimmung des Temperaturbegriffs voraus. Schließlich kann dann mit Hilfe des Längenbegriffs die metrische Bestimmung der Temperatur vorgenommen werden.)

Wählt man an Stelle des Quecksilbers ein anderes Normalmaterial, so erhält man andere Skalenformen, z. B. die Alkoholskala, die Wasserstoffskala u. a. In der Physik hat man schließlich eine (von den genannten Skalen nicht beträchtlich abweichende) Skalenform eingeführt, die nicht durch das Verhalten irgend eines wirklichen Materials genau dargestellt wird. Zu ihrer Darstellung muß man vielmehr, ebenso wie bei der Länge, in bezug auf die wirklichen Materialien Korrekturen einführen. Diese „thermodynamische“ Temperaturskala hat

den Vorzug, daß bei ihrer Wahl die Gesetze der Thermodynamik, die in der neueren Physik eine fundamentale Bedeutung gewonnen haben, die einfachste Form annehmen.

2 b) Weil schmelzendes Eis immer die gleiche Temperatur hat und dieser Vorgang leicht unter gleichen Bedingungen wiederholbar ist, so hat man ihn als Normalvorgang zur Festsetzung des Nullpunktes gewählt. Für die wissenschaftliche Skala nimmt man statt dessen eine andere Temperatur, den sog. „absoluten Nullpunkt“ (-273°C). Diese Temperatur kann man zwar überhaupt nicht verwirklichen, ihre Wahl als Nullpunkt hat aber den Vorzug, daß dabei die Gesetze der Thermodynamik eine besonders einfache Form annehmen.

2 c) Die Normalstrecke wird durch leicht wiederholbare Vorgänge definiert: Temperatur des schmelzenden Eises, Temperatur des bei normalem Luftdruck siedenden Wassers. Als Einheit (Celsiusgrad) nimmt man aus praktischen Gründen den hundertsten Teil dieser Strecke. Der scheinbare Zirkel, der in der Bezugnahme der Definition auf den Luftdruck liegt, dessen Messung erst später festgelegt wird, löst sich wie vorhin durch Berücksichtigung der Genauigkeitsstufen.

C. Die Zeit

1 a. Die erste Festsetzung hat zu entscheiden, wann zwei Ereignissen derselbe Zeitwert beigelegt werden soll. Es handelt sich also um die Definition der Gleichzeitigkeit. Über den allgemeinen Gleichzeitigkeitsbegriff zweier Ereignisse, die beliebig weit voneinander entfernt sein können, hat die Physik gegenwärtig noch keine einheitliche und endgültige Bestimmung getroffen. Diese Begriffsbestimmung bietet besondere Schwierigkeiten. Erst die Relativitätstheorie hat bemerkt, daß diese Schwierigkeiten vorliegen und daß überhaupt die Aufgabe besteht, einen allgemeinen Gleichzeitigkeitsbegriff festzulegen, und hat diese Aufgabe in bestimmter Weise durch Bezugnahme auf Lichtsignale gelöst.

Wegen dieser Schwierigkeiten wollen wir uns hier auf die Betrachtung von Vorgängen beschränken, die einander räumlich nahe sind, etwa auf die Vorgänge in einem Zimmer. Zwei Ereignisse heißen (bei dieser Beschränkung) dann gleichzeitig, wenn sie zugleich wahrgenommen werden. (Diese Definition enthält keinen Zirkel; „zugleich wahrgenommen werden“ bezeichnet nicht physikalische Gleichzeitigkeit, sondern erlebnismäßige Gleichzeitigkeit, die von der Physik als feststellbare Grundbeziehung vorausgesetzt wird.) Wenn die Zeitmessung durch die erforderlichen Festsetzungen eingeführt ist, so wird, ähnlich wie wir es bei der Temperatur und der Länge gesehen haben, der Umfang der Gleichzeitigkeit erweitert: Ereignisse, die zwar nicht zugleich wahrgenommen sind, die aber um dieselbe Zeitstrecke von zugleich wahrgenommenen Ereignissen abstehen, heißen dann auch gleichzeitig.

1 b. Wird ein Ereignis (unter der genannten räumlichen Beschränkung) vor einem andern wahrgenommen, so schreiben wir ihm die kleinere Zeitzahl zu. Das können wir, weil die Beziehung des Vorher-wahrgenommen-werdens transitiv und asymmetrisch ist. (Diese Beziehung wird ebenso wie das Zugleich-wahrgenommen-werden als psychischer Grundsachverhalt angesehen, der nicht weiter definiert wird; vielleicht könnte man die Definition versuchen: wird die Erinnerung an eine Wahrnehmung zugleich erlebt mit einer andern Wahrnehmung, so ist die eine Wahrnehmung vor der andern.) Ferner hat die Beziehung die erforderliche reihenartige Beschaffenheit: von zwei nicht gleichzeitigen Ereignissen ist entweder das eine vor dem andern oder umgekehrt. (Das geht auf die Tatsache zurück, daß die Erlebnisse sich zeitlich eindimensional ordnen lassen; diese Tatsache ist, was häufig übersehen wird, eine Erfahrungstatsache).

Hiermit ist die Topologie der Zeit festgelegt, nämlich Gleichzeitigkeit und zeitliche Reihenfolge; noch nicht die Zeitmetrik, die Maßverhältnisse der Zeit.

2 a. Zur Festsetzung der Skalenform müssen wir bestimmen, wann zwei Differenzen von Zeitwerten, also zwei Zeitstrecken, als gleich angesetzt werden sollen. Zu diesem Zwecke müssen wir einen periodischen Vorgang wählen, der entweder immer beobachtbar ist oder durch eine leicht herstellbare Vorrichtung jederzeit verwirklicht werden kann. Grundsätzlich kann hierfür jeder beliebige periodische Vorgang genommen werden, d. h. jeder Vorgang, bei dem ein gewisser Zustand immer wieder in ähnlicher, leicht und hinreichend genau wiedererkennbarer Weise auftritt. (Der Ausdruck „periodisch“ schließt also nicht die Bedeutung in sich, daß die „Perioden“ gleich lang seien; was „gleich lang“ heißt, soll ja erst festgelegt werden.) Periodische Vorgänge sind z. B. der Tageslauf der Sonne, mein Puls, die Umdrehungen eines durch Gewicht oder Wasser angetriebenen Rades, die Schwingungen eines Pendels u. dgl. Die Auswahl des Maßvorganges für die Zeit geschieht nun in ähnlicher Weise wie die Auswahl des Maßstabes für die Länge. Wähle ich etwa den Puls und messe die Zeiten nach ihm, so findet sich, daß Sonne, Rad und Pendel ungleichmäßige Vorgänge sind; wähle ich das Rad, so stelle ich ebenso die drei andern Vorgänge als ungleichmäßig fest. Wähle ich aber die Sonne, so finde ich, daß das Pendel mit ziemlicher Annäherung gleiche Zeitstrecken angibt; ebenso die Sonne, wenn ich das Pendel wähle. So treffe ich eine Auswahl von Vorgängen, nach denen die Zeit nicht „richtiger“, aber zweckmäßiger gemessen wird als nach andern; bei ihrer Wahl finden sich viele verschiedene, gleichmäßige Naturvorgänge. Ähnlich wie bei dem Längenmaßstab kann dann noch größere Genauigkeit eingeführt werden: der Sternenlauf stimmt genauer mit dem Pendel überein als der Sonnenlauf; ein Pendel, bei dem bestimmte Bedingungen gleichgehalten und „Störungen“ vermieden werden, stimmt genauer mit dem Sternenlauf überein als ein anderes. So wird immer genauer eine Zeitskala bestimmt, die so beschaffen ist, daß bei ihrer Wahl sich jeder periodische

physikalische Vorgang um so genauer als gleichmäßig ergibt, je gleichartiger der Zustand seiner Umgebung gehalten wird.

Die genauere Zeitmessung pflegt auf Raummessung zurückzugehen, z. B. indem auf einem fortlaufenden Papierstreifen sowohl von den zu messenden Zeitpunkten als auch von Normalzeitpunkten Marken verzeichnet werden, deren räumlicher Abstand nachher gemessen wird.

2 b. Wir kennen keinen Anfangspunkt der Zeitreihe. Es muß deshalb ein willkürlich gewählter Zeitpunkt als Nullpunkt der Zeitskala festgesetzt werden, wie es in den verschiedenen Kalendersystemen geschieht (Anfangsjahr; Anfangstag des Jahres).

2 c. Als Einheit der Zeit ist die Dauer irgend eines bestimmten, dauernd beobachtbaren oder wiederholbaren Vorganges festzusetzen. Man benutzt praktisch das Jahr, also die Zeit des Umlaufs der Erde um die Sonne; den Tag, d. h. die mittlere Zeitdauer zwischen zwei Sonnenkulminationen (Süddurchgängen); die Sekunde, einen bestimmten Bruchteil des Tages. Ebenso wie man die Längeneinheit von der Bezugnahme auf konkrete Körper frei machen kann, indem man sie auf optische Vorgänge bezieht, könnte man grundsätzlich auch die Festsetzung der Zeiteinheit von der Bezugnahme auf die astronomischen Vorgänge lösen und mit Hilfe der Lichtgeschwindigkeit auf die Längeneinheit beziehen. Praktisch findet diese Möglichkeit jedoch (wenigstens bei dem gegenwärtigen Stand der Physik) keine Verwendung, da die Lichtgeschwindigkeit — im Unterschied zu jenen optischen Größen — nicht genau genug gemessen werden kann.

Analogie zwischen den Begriffen Länge und Zeit. Wir haben die Betrachtung der beiden Größenarten so durchgeführt, daß die Begriffe der Länge einer Strecke, der Längengleichheit und der Längendifferenz zweier Strecken in Analogie stehen zu den Begriffen der Zeit eines Ereignisses,

der Gleichzeitigkeit und dem zeitlichen Abstand zweier Ereignisse. Vom Gesichtspunkt des Mathematikers und Physikers aus liegt eine andere Analogie näher, nämlich die zwischen den Begriffen der Länge einer Strecke, der Längengleichheit und der Längendifferenz zweier Strecken einerseits und den Begriffen der Länge einer Zeitstrecke (d. h. dem zeitlichen Abstand zweier Ereignisse), der Längengleichheit und der Längendifferenz zweier Zeitstrecken andererseits. Diese Analogie ist formal-mathematischer Art; sie ergibt sich, wenn zeitliche und räumliche Lage durch Koordinaten ausgedrückt werden. Jene erste Analogie dagegen ist erkenntnistheoretischer Art. Für die Erörterung der Begriffsbildung, der Entwicklung der beiden Maßbegriffe, müssen wir die erste Analogie betrachten, während die zweite in dem fertigen Maßsystem, dem physikalischen Raum-Zeit-System, die größere Bedeutung hat.

D. Abgeleitete Größen: Geschwindigkeit und Beschleunigung

Sind Zeit- und Längenmessung festgelegt, so können aus ihnen die Größenarten Geschwindigkeit und Beschleunigung abgeleitet werden. Unter „Geschwindigkeit“ einer Bewegung ist zunächst der Quotient (Verhältnis) aus der Länge der zurückgelegten Wegstrecke und der Dauer der dazu verbrauchten Zeit zu verstehen; ändert sich die Geschwindigkeit während des Verlaufes der Bewegung, so ist unter der Geschwindigkeit in einem bestimmten Zeitpunkt der Grenzwert derjenigen Geschwindigkeiten zu verstehen, die sich ergeben, wenn man nach der genannten ersten Begriffsbestimmung die Geschwindigkeit der Bewegung in verschiedenen mit dem betreffenden Zeitpunkt beginnenden Zeitstrecken berechnet und dabei immer kürzere Zeitstrecken nimmt. Unter „Beschleunigung“ einer Bewegung ist der Quotient aus dem Geschwindigkeitszuwachs während einer gewissen Zeit und der Länge dieser Zeit zu verstehen; auch hier muß bei veränderlicher

Beschleunigung ein Grenzwert in ähnlicher Weise wie vorhin gebildet werden.

Durch diese Begriffbestimmungen sind Skalenform, Nullpunkt und Einheit für Geschwindigkeit und Beschleunigung festgelegt, indem sie sich aus den betreffenden Bestimmungsstücken der Längen- und Zeitmessung zwangsweise ergeben. Weitere Festsetzungen sind hier also nicht zu treffen. Welche Folge sich hieraus für das Additionstheorem der Geschwindigkeit ergibt, ist vorhin erörtert worden.

Flächenmaß und Volumen sind aus der Längenmessung in einfacher Weise abzuleiten, die nicht weiter dargelegt zu werden braucht.

Das Winkelmaß scheint unabhängig von der Festlegung des Längenmaßes zu sein. Das trifft jedoch nicht völlig zu; Unabhängigkeit besteht nur in bezug auf die Längeneinheit. Dagegen nimmt die erste Festsetzung, die der Winkelgleichheit, auf die Starrheit von Körpern, also auf Längengleichheit, Bezug.

E. Die Masse

Die Einführung des Begriffs der Masse geschieht auf Grund gewisser Erscheinungen, die eintreten, wenn zwei Körper in mechanischer Wechselwirkung zueinander stehen, d. h. wenn sie sich anziehen oder abstoßen. Hierfür ist gleichgültig, ob die Wechselwirkung durch Gravitation, durch eine zwischen den Körpern befindliche, gespannte oder zusammengedrückte Feder, durch Wirkung elektrischer Ladungen, durch Magnetismus oder durch sonstige Kräfte hervorgerufen wird.

Um bei der Messung der Geschwindigkeit und der Beschleunigung nur mit einer Koordinate zu tun zu haben, wollen wir hier immer eine Bewegung auf gerader Linie annehmen. Die Erfahrung lehrt, daß die Beschleunigungen, die zwei in Wechselwirkung stehende Körper erhalten, stets entgegengesetzt gerichtet sind. Wir brauchen daher im folgenden die

Richtung der Beschleunigung nicht zu berücksichtigen und nur auf ihre zahlenmäßige Größe zu achten.

1 a. Die Erfahrung lehrt, daß das Verhältnis der Beschleunigungen, die zwei Körper bei Wechselwirkung erfahren, nur von den beiden Körpern abhängt, nicht aber von der Art der Wechselwirkung. Die Beziehung zwischen zwei Körpern, die dann besteht, wenn sie bei Wechselwirkung gleiche Beschleunigung annehmen, ist offenbar symmetrisch; durch Erfahrung erweist sie sich als transitiv. Zwei solchen Körpern schreiben wir dieselbe Zahl als „Masse“ zu.

1 b. Nimmt von zwei Körpern A und B, die in irgend einer Art von Wechselwirkung stehen, A eine kleinere Beschleunigung an als B, so gilt das gleiche auch, wenn diese Körper in irgend einer andern Art von Wechselwirkung zueinander stehen. Die dadurch bestimmte Beziehung ist ihrer Definition nach asymmetrisch; die Erfahrung lehrt, daß sie auch transitiv ist und die in Regel 1 b geforderte reihenartige Beschaffenheit hat. Daher bestimmen wir, daß bei dem Vorliegen dieser Beziehung dem Körper A eine größere Masse zugeschrieben werden soll als dem Körper B.

2 a. Die Skalenform bestimmen wir wie bei der Länge durch die Festsetzung, daß das Additionstheorem einfachster Form gelten soll: wenn zwei Körper die Massen a und b haben, so soll der Körper, der aus ihrer Zusammensetzung entsteht, die Masse $c = a + b$ haben. Es zeigt sich erfahrungsmäßig, daß bei dieser Festsetzung der Skalenform (und der sogleich zu nennenden, naheliegenden Festsetzung über den Nullpunkt) die Massen zweier Körper sich umgekehrt zu einander verhalten wie die Beschleunigungen, die sie bei Wechselwirkung erfahren. Haben wir z. B. drei Körper A_1, A_2, A_3 mit der gleichen Masse m (nach 1 a bestimmt), so besagt die getroffene Festsetzung, daß der aus A_1 und A_2 zusammengesetzte Körper B die Masse $2m$ haben soll. Und die Erfahrung zeigt dann, daß der Körper B, dessen Masse doppelt so groß ist wie die von A_3 , bei Wechsel-

wirkung mit A_3 eine halb so große Beschleunigung erhält wie A_2 . Aus diesem Sachverhalt folgt, daß bei der gewählten Skalenform die Gesetze der Mechanik eine besonders einfache Gestalt annehmen.

2 b. Die Wahl des Nullpunktes der Massenskala ergibt sich sehr einfach. Bei Körpern gleichen Materials hängt nämlich die Masse nur vom Volumen ab; sie wird dem Volumen proportional, wenn wir dem Volumen Null die Masse Null zuschreiben.

2 c. Zur Festsetzung der Einheit brauchen wir nicht einen bestimmten einzelnen Körper festzusetzen wie bei der Festsetzung der Längeneinheit. Denn da die Masse bei gleichem Material (und gleicher Temperatur) nur vom Volumen abhängt, so genügt die Festsetzung eines Materials und eines Volumens. Und zwar wird festgesetzt: die Masse von 1 ccm Wasser (bei 15°C) ist die Einheit der Masse (1 gr).

Abgeleitete Größen. Die Dichte ist das Verhältnis von Masse und Volumen. Die Dichte ist eine „Materialkonstante“, d. h. sie hängt (für eine bestimmte Normaltemperatur) nur vom Material des Körpers ab, nicht von Volumen und Gestalt; letzteres folgt aus der erfahrungsmäßigen Unabhängigkeit der Masse eines Körpers gegenüber Gestaltänderungen.

Erhält ein Körper von der Masse m , der mit einem andern in Wechselwirkung steht, die Beschleunigung b , so sagt man: es wirkt auf ihn die „Kraft“ $m b$. Diese Begriffsbestimmung ist deshalb zweckmäßig, weil die Gesetze über die durch Wechselwirkung entstehenden Bewegungen eine einfachere Form annehmen, wenn wir sie nicht als Gesetze über die auftretenden Beschleunigungen aussprechen, sondern als Gesetze über das für jeden Körper geltende Produkt aus seiner Beschleunigung und seiner Masse. Daher sind viele von der Physik formulierten Gesetze Gesetze über „Kräfte“. Die Kräfte sind also für die Physik bestimmte, zweckmäßig defi-

nierte Rechnungsgrößen; ob ihnen eine „Realität“ zukomme, und zwar in vollere Sinn als den übrigen physikalischen Größen (etwa Beschleunigungen, Potentialen, Selbstinduktionen) ist eine metaphysische Frage, die für die Physik keine Bedeutung hat.

F. Die elektrische Ladung

Um auch eine Größe ganz anderer Art zu betrachten, greifen wir aus der großen Zahl physikalischer Größenarten die elektrische Ladung als Beispiel heraus. Gewisse Körper zeigen unter bestimmten, bekannten Bedingungen (z. B. geriebenes Hartgummi oder Glas) eine Wechselwirkung, die wir als elektrostatische Anziehung bzw. Abstoßung bezeichnen.

1 a. Die Beziehung zwischen zwei Körpern, die dadurch bestimmt ist, daß beide auf einen dritten elektrostatisch gleich wirken, d. h. ihm in derselben Entfernung dieselbe Beschleunigung in derselben Richtung erteilen, ist definitionsgemäß symmetrisch und erfahrungsgemäß transitiv. Zwei solchen Körpern schreiben wir dieselbe Zahl als „elektrische Ladung“ zu; bei Beschleunigung in entgegengesetzter Richtung schreiben wir dieselbe Zahl mit umgekehrtem Vorzeichen zu.

1 b. Wirkt ein Körper elektrostatisch stärker als ein anderer, d. h. erteilt er einem dritten in derselben Entfernung eine größere Beschleunigung, so schreiben wir ihm einen größeren absoluten Wert der elektrischen Ladung zu; bei gleicher Richtung der Beschleunigung mit gleichem Vorzeichen, bei entgegengesetzter Richtung mit umgekehrtem Vorzeichen. Die angegebene Beziehung ist asymmetrisch und transitiv. Die Bestimmung des Vorzeichens muß durch Bezugnahme auf ein bestimmtes Material geschehen: die Ladung eines mit Seide geriebenen Glaskörpers wird als positiv festgesetzt.

2 a. Festsetzung der Skalenform durch Wahl des einfachsten Theorems wie bei Länge und Masse: die elektrische Ladung nach Vereinigung der beiden Körper mit den Ladungen a und b soll $a+b$ sein.

2 b. Der Nullpunkt der Skala ist damit auch schon festgelegt: zwei Körper, die (nach 1 a) die Ladungen $+a$ und $-a$ haben, haben vereinigt die Ladung Null.

2 c. Festsetzung der Einheit durch Bestimmung eines Normalvorganges. Da die Kraft bei elektrostatischer Wechselwirkung erfahrungsgemäß nur von Entfernung und elektrischer Ladung der beiden Körper abhängt, nicht aber von ihrem Material, so können wir festsetzen: haben zwei (möglichst kleine) Körper gleiche elektrische Ladung und wirken sie aufeinander in der Entfernung der Längeneinheit mit der Einheit der Kraft, so soll jede der beiden Ladungen als Einheit gelten.

Abgeleitete Größe. Elektrische Stromstärke = Verhältnis von durchströmender elektrischer Ladung und Zeit. (Dies ist die „elektrostatische Definition“; es gibt auch eine andere, die „elektrodynamische“ Definition; sie unterscheidet sich von jener nur durch eine andere Einheit).

Rückblick auf die Beispiele

Wir haben an einigen, herausgegriffenen Beispielen physikalischer Größen gesehen, daß die Festlegung eines bestimmten Größenbegriffes zunächst auf bestimmten Erfahrungstatsachen beruht. Diese Erfahrungstatsachen müssen derart sein, daß sie gewisse Beziehungen mit bestimmten formalen Eigenschaften zeigen, auf Grund deren es möglich ist, den verschiedenen Objekten (Dingen, Vorgängen, Zuständen von Dingen, Phasen von Vorgängen oder dgl.) nach bestimmten Regeln Zahlen zuzuschreiben; die Zuschreibungsregeln bilden dann die Definition der betreffenden Größenart.

Sind auf solche Weise Größenarten eingeführt, so können viele qualitative Angaben über die Dinge, die Vorgänge und ihre Gesetze durch Zahlenangaben ersetzt werden. Ob auch alle Angaben quantitativ ausdrückbar sind, soll jetzt untersucht werden.

Sind alle wahrnehmbaren Eigenschaften meßbar?

Man begegnet zuweilen der Meinung, die mathematisch arbeitende Physik ersetze die Qualitäten der wahrnehmbaren Natur durch Quantitäten und verliere dadurch eine wesentliche Seite des Geschehens. Wir werden später zeigen, daß diese Auffassung unzutreffend ist, da bei quantitativer Behandlung die Qualitäten nicht unbeachtet gelassen, sondern nur in besonderer Weise, nämlich durch Zahlen, benannt werden. Hier sei zunächst die Frage aufgeworfen, ob denn alle wahrnehmbaren Eigenschaften meßbar seien. Ist das nicht der Fall, so würde es Eigenschaften geben, die bei der quantitativen Methode der Physik nicht mit erfaßt würden. An Hand eines Beispiels wollen wir uns klar machen, daß es solche Eigenschaften nicht geben kann, wenn wir voraussetzen, daß sie sich gesetzmäßig verhalten. Würden aber gewisse Eigenschaften sich nicht gesetzmäßig verhalten, so wäre überhaupt keine begriffliche, also keine wissenschaftliche Behandlung, gleichviel auf welchem Wege, für sie möglich.

Die verschiedenen Qualitäten irgend eines Sinnesgebietes (z. B. die Farben oder die Töne) lassen sich, wofern sie sich überhaupt gesetzmäßig verhalten, d. h. regelmäßige, beständige Beziehungen untereinander haben und in ihrem Auftreten an bestimmte Bedingungen gebunden sind, stets in eine Ordnung bringen. Wir können sie entweder nach ihren qualitativen, empfindungsmäßigen Ähnlichkeiten ordnen, oder indirekt mit Hilfe einer Ordnung der Vorgänge, bei denen sie auftreten. Jede Ordnung aber läßt sich zur Grundlage einer Messung machen, indem ihren Elementen Zahlen (bzw. je nach der Dimensionszahl Zahlenpaare oder Zahlentripel usw.) zugeordnet werden.

Betrachten wir als Beispiel die Gehörsqualitäten, und zwar der Einfachheit halber nicht die Geräusche, sondern nur die Klänge. Es kann leicht festgestellt werden, daß jeder Klang (musikalischer Akkord) durch Zusammensetzung von Einzel-

tönen erzeugbar ist; daher genügt die Betrachtung der (musikalischen) Töne. Wir unterscheiden an ihnen Tonhöhe, Klangfarbe, Tonstärke. Die Tonhöhe wird von der Physik durch die Schwingungszahl gemessen. Auf Grund der Erfahrungstatsache, daß bei jedem Tonvorgang ein mechanischer Schwingungsvorgang stattfindet, dessen Schwingungszahl zu der Tonhöhe in eindeutiger Beziehung steht, kann man die Tonhöhe durch die Schwingungszahl des zugeordneten Schwingungsvorganges benennen und damit messen. Es könnte die Meinung entstehen, daß wir die Möglichkeit, Tonhöhen überhaupt zu messen, nur dem Vorhandensein der genannten Erfahrungstatsache, also sozusagen einem glücklichen Zufall zu verdanken hätten. Das trifft jedoch nicht zu. Wenn etwa jene Tatsache nicht bestände oder (um eine solche, nicht unbedenkliche Fiktion zu vermeiden) wenn sie uns noch nicht bekannt wäre, so würde doch eine Messung der Tonhöhe nicht unmöglich. Durch die Tatsache der verschiedenen Konsonanzverhältnisse, insbesondere der Oktave, wird die Tonreihe in eine Stufenleiter, nämlich die musikalische Tonleiter, eingeordnet. Wird dann eine bestimmte Stufe durch eine Normalstimmgabel (analog dem Pariser Normalmeterstab) festgelegt, so kann die Tonhöhe nach den Stufen bezeichnet und bei Numerierung der Stufen auch gemessen werden. Aber auch wenn diese Tatsache nicht in Geltung oder nicht bekannt wäre, brauchten wir nicht auf Messung der Tonhöhe zu verzichten. Z. B. könnten wir dadurch Stufen in die Tonreihe einführen, daß wir die eben noch wahrnehmbaren Tonhöhendifferenzen an den verschiedenen Stellen der Tonreihe als gleiche Differenzen ansetzen. (Ein analoges Verfahren hat Ostwald bei seiner Festlegung der Farbenordnung angewandt.) Notwendig wäre aber auch die Anwendung dieses Verfahrens nicht. Es würde genügen, eine Reihe von Tonerzeugern (z. B. von Stimmgabeln, Pfeifen oder Stäben) nach der Tonhöhe zu ordnen, zu numerieren und zur Normalreihe zu erklären. Vielleicht würde man

dabei schon auf irgend eine zweckmäßige Form der Skala geraten, indem man die Pfeifen- oder Stablängen nach irgend einer einfachen Regel abstuft; eine solche Skala würde dann eine einfache, gesetzmäßige Beziehung zur heutigen physikalischen Tonskala haben. Ob die Auffindung einer solchen zweckmäßigen Skalenform nun auch glücken würde oder nicht, auf jeden Fall ergäbe sich durch die Reihe der Tonerzeuger irgend eine Skala und damit die Möglichkeit der Messung der Tonhöhe. Auf Tonstärke und Klangfarbe wollen wir nicht eingehen; bekanntlich steht jene zur Schwingungsenergie, diese zur Schwingungsform (oder, anders ausgedrückt, zur Zusammensetzung aus harmonischen Teiltönen) in gesetzmäßiger Beziehung; auch für diese Dimensionen der Klangqualität würde sich in jedem Falle eine Möglichkeit der Ordnung und damit der Messung ergeben.

Naturgesetze, Hypothesen und Theorien

Sind alle wahrnehmbaren Eigenschaften meßbar, so gilt das gleiche auch für die nicht unmittelbar wahrnehmbaren, sondern abgeleiteten Eigenschaften. Denn diese beruhen in gesetzmäßiger Weise auf jenen, wie wir bei Betrachtung der ersten, qualitativen Stufe der Begriffsbildung gesehen haben. Nach den angestellten Überlegungen sind somit alle physikalischen Eigenschaften meßbar, also ausdrückbar durch Zahlen als Werte bestimmter Größenarten. Daher können die in der Natur bestehenden gesetzmäßigen Beziehungen solcher Eigenschaften als Beziehungen zwischen Zahlen formuliert werden. Nun sind alle Naturgesetze Behauptungen allgemeinen Inhalts über die gegenseitige Abhängigkeit physikalischer Eigenschaften; sie können daher in Form mathematischer Gleichungen gefaßt werden. Die besondere Form dieser Gleichungen, in denen die physikalische Kausalität zum Ausdruck kommt, wird später noch erörtert werden.

Die Aufstellung von Naturgesetzen macht im Lauf der fortschreitenden Forschung verschiedene Gewißheitsstufen durch. Ein zunächst nur vermutetes Gesetz wird als „Hypothese“ aufgestellt, bis es durch hinreichende Bestätigung die Gewißheit anerkannter wissenschaftlicher Thesen erhält. Daß diese Gewißheit niemals eine absolute sein kann, sondern nur eine mehr oder weniger große Wahrscheinlichkeit, haben wir früher schon bei Besprechung der Induktion erörtert.

Die Physik versucht, die Naturgesetze jedes Gebietes und schließlich die der ganzen Natur zu einer zusammenhängenden Ordnung zu verbinden: es werden „Theorien“ aufgestellt und ausgebaut. Erst durch die Einordnung in ein solches umfassendes Gebäude einer Theorie erhält die Behauptung eines Naturgesetzes, die sich zunächst nur auf bestimmte Einzelerscheinungen stützt, eine hinreichende Sicherheit. Eine merkwürdige, aber innerhalb der Wissenschaft nicht weiter erklär- bare Tatsache besteht darin, daß das Naturgeschehen nicht nur gesetzmäßig verläuft (andernfalls wäre eine Physik nicht möglich), sondern daß die einzelnen Gesetze sich zu immer umfassenderen, einheitlichen Theorien zusammenschließen lassen. So ist im Laufe der Entwicklung die Akustik in die Mechanik aufge- gangen, Mechanik und Thermodynamik sind vereinigt worden, Optik und Magnetik sind Unterteile der Elektrizitätslehre ge- worden; schließlich sind, in der neueren Atomtheorie, alle physikalischen und chemischen Erscheinungen außer denen der Gravitation auf Elektromagnetismus zurückgeführt worden, oder wenigstens ihre grundsätzliche Zurückführbarkeit erkannt worden. Auf die Aufstellung, Begründung und Vereinigung der physikalischen Theorien kann jedoch hier nicht näher ein- gegangen werden, da wir es hier mit der Begriffsbildung, nicht mit der Theorienbildung (die freilich an manchen Stellen eng mit jener zusammenhängt) zu tun haben.

Die Überlegenheit der quantitativen Methode gegenüber der qualitativen

Der Unterschied zwischen der quantitativen und der quali- tativen Methode ist im Grunde ein Unterschied im Verfahren der Benennung: die quantitative Methode „mißt“ die verschie- denen Erscheinungsformen (Grade, Phasen) einer Eigenschaft, d. h. sie benennt sie mit Zahlen, die qualitative Methode benennt sie mit anderen Zeichen, meist Worten. Nun besitzt eine Benennung mit Zahlen folgende Vorzüge gegenüber einer Benennung mit Worten: 1. In den Zahlen steht uns eine uner- schöpfliche Menge von Bezeichnungen zur Verfügung, während eine Aufstellung immer neuer Wortnamen für Tausende von Einzelphasen kaum durchführbar ist. 2. Die Benennung mit Zahlen kann der qualitativen Ordnung der Elemente (Phasen) so angepaßt werden, daß der Name eines jeden Elementes zugleich seine Stellung in der Ordnung angibt (Vorzug der Numerierung der Häuser einer Straße vor der Benennung mit individuellen Namen). 3. Die Benennung mit Zahlen macht es möglich, allgemeine Gesetzmäßigkeiten durch einen Aus- druck zusammenzufassen (nämlich durch die mathematischen Relationen zwischen den Zahlen, die „Funktionen“); an Stelle einer einzigen mathematischen Gleichung müßten bei Wort- benennung Tausende von Einzelsätzen treten; praktisch ge- sprochen: mit Wortbezeichnungen würde man das, was die Gleichung besagt, überhaupt nicht ausdrücken, sondern sich mit der Angabe vager Beziehungen begnügen. Der zuletzt ge- nannte Umstand wirkt auch auf die Forschungstätigkeit zurück: erst wenn ein Mittel vorhanden ist, schärfere Gesetzmäßig- keiten in knapper Form (und damit überhaupt erst praktisch brauchbar) zum Ausdruck zu bringen, erhält die Forschung einen hinreichenden Anreiz, solche Gesetzmäßigkeiten aufzu- suchen. Hier wirkt, wie auch an manchen andern Stellen der Wissenschaftsentwicklung, die wesentliche Verbesserung eines

Darstellungsmittels als Anlaß zu schärferer Fragestellung und weiterdringender Untersuchung.

In einem bestimmten Teilgebiet der Physik, nämlich in der Optik des Sichtbaren, der „Farbenlehre“, hat der Kampf zwischen qualitativer und quantitativer Methode in dem Gegensatz Goethe-Newton sozusagen seine klassische Form gefunden. Newton hatte, obwohl er das Licht noch nicht als Schwingungsvorgang erkannte, doch schon durch Versuche die zahlenmäßigen Verhältnisse festgestellt, die zwischen den verschiedenen Spektrallinien, also damit zwischen den verschiedenen Farben bestehen und die man später als Verhältnisse der Schwingungszahlen gedeutet hat. Goethe bekämpft ihn in seiner „Farbenlehre“ stellenweise mit den heftigsten Ausdrücken. Ihm waren künstliche Hilfsmittel und mathematische Berechnungen gefühlsmäßig zuwider, er wollte die Erkenntnis stets an die unmittelbare Anschauung anknüpfen und stützte daher seine Untersuchungen auf das unmittelbar Gesehene oder höchstens durch Prismen, Spiegel oder dgl. veränderte Farbige. Wäre die Physik nicht, wie es wirklich geschah, Newton gefolgt, sondern Goethe, so hätte sie zwar noch manchen Schritt über die richtigen Erkenntnisse Goethes hinaus tun können, wäre aber bald an eine Grenze gekommen und würde auf die größten und wichtigsten Teile der heutigen physikalischen Erkenntnis verzichten müssen. Vor allem wäre das wichtigste Ergebnis der Entwicklung der Physik in den letzten hundert Jahren auf diesem Wege nicht erreicht worden: die immer stärkere Zusammenschließung der Teile der Physik zu einer einheitlichen Theorie. Bei Goethescher, also empfindungsmäßig-qualitativer Behandlung zerfällt die Physik in eine Reihe von Teilgebieten, die den verschiedenen Sinnesgebieten entsprechen. Diese können zwar einige Beziehungen untereinander aufweisen, aber erst bei Newtonscher, quantitativer Behandlung können Teilgebiete miteinander verschmelzen. Dieses Ergebnis hängt zusammen mit der starken Entwicklung, die die

Elektrizitätslehre im letzten Jahrhundert gemacht hat. Bei qualitativer Behandlung hätte sie kaum über primitive Anfangsstufen hinausgelangen können; denn sie stützt sich ja nicht auf die Wahrnehmungen eines besonderen Sinnes, sondern beruht im wesentlichen auf Rückschlüssen, folgernden Berechnungen aus Beobachtungen verschiedener anderer Sinnesgebiete. Und gerade die Elektrizitätslehre hat für die Physik eine umstürzende Bedeutung gewonnen. Aus der Lehre von einigen abseitigen, seltenen Erscheinungen hat sie sich entwickelt zur Lehre von der Grundkraft, die den Aufbau aller Materie bestimmt und auf der alles wahrnehmbare Geschehen (außer den Gravitationserscheinungen) beruht, seien es nun mechanische, akustische, thermische, optische, chemische Vorgänge oder was immer.

Es kann also nicht bezweifelt werden, daß der Übergang von der qualitativen zur quantitativen Stufe für die Physik einen entscheidenden und notwendigen Schritt bedeutet. Das gilt nicht nur für die gegenwärtige Form der Physik, indem etwa eine andere Form denkbar wäre, die mit rein qualitativer Methode dieselbe Leistung erzielen könnte; sondern es gilt für jede Physik, die das Ziel eines kausalen Natursystems hat, d. h. eines Systems, in dem jedes Geschehen eindeutig durch das frühere Geschehen bestimmt ist.

Der Übergang der Physik zur quantitativen Stufe hat sich zu Beginn der Neuzeit vollzogen. Der entscheidende Schritt geschah, als Galilei sich anschickte, die Fallgesetze durch messende Versuche an der Fallrinne festzustellen.

III. Die dritte Stufe der physikalischen Begriffsbildung

Abstrakte Stufe: das vierdimensionale Welt- geschehen

Die vierdimensionale Welt

Da der Raum dreidimensional ist, so kann jeder Raumpunkt durch Angabe von drei Zahlen bezeichnet werden. Wie die Bezeichnung vorgenommen wird, hängt von der Wahl des besonderen Bezugssystems („Koordinatensystems“) ab; es können z. B. geographische Länge und Breite und die Höhe über dem Meeresspiegel gewählt werden. Fügen wir noch als vierte Zahl die Zeitangabe hinzu, so haben wir durch die vier Zahlen einen „Raum-Zeit-Punkt“ oder „Weltpunkt“ bezeichnet. Um z. B. auszudrücken, daß eine bestimmte Zustandsgröße an dem Raumpunkt $\{a, b, c\}$ zur Zeit d den Wert z hat, können wir sagen: ihr Wert im Weltpunkt $\{a, b, c, d\}$ ist z . Der ganze Zustand der Welt zu einem bestimmten Zeitpunkt ist angegeben, wenn die Werte der physikalischen Größen für jeden Raumpunkt angegeben sind. Das ganze Geschehen der Welt durch alle Zeit hindurch ist angegeben, wenn die Werte der physikalischen Größen für jeden Weltpunkt angegeben sind. Da manche physikalischen Größen ihrer Wertverteilung nach von andern Größen abhängen, also berechnet werden können, wenn die Verteilung der andern bekannt ist, so braucht zur Darstellung des Weltgeschehens nicht auf alle physikalischen Größen Rücksicht genommen zu werden, sondern nur auf einige

von ihnen. Welche Größen hinreichend sind zur Beschreibung des ganzen Geschehens, ist noch nicht endgültig erkannt; nach dem gegenwärtigen Stand der Physik scheinen es zehn bestimmte Größen zu sein.

Die Menge der Weltpunkte ist vierdimensional. Wenn auch eine vierdimensionale Ordnung als räumliche Ordnung schwer oder vielleicht gar nicht anschaulich vorgestellt werden kann, so pflegt doch der Mathematiker die Ordnung von Mengen, die mehr als drei Dimensionen haben, so aufzufassen und zu beschreiben, als handle es sich um eine räumliche Ordnung. So sagen wir: wie ein dreidimensionales Raumgebiet aufgefaßt werden kann als bestehend aus einer Übereinanderschichtung zweidimensionaler Gebiete, so fassen wir das vierdimensionale Gebiet des physikalischen Geschehens in einem bestimmten Raumgebiet während einer bestimmten Zeitdauer auf als Übereinanderschichtung der „Momentanräume“, die die einzelnen Zustände des Raumgebietes zu den einzelnen Zeitpunkten darstellen.

Denken wir uns die Lage eines bestimmten Materieteilchens in jedem Momentanraum markiert, so erhalten wir in dem vierdimensionalen Raum-Zeit-Gebiet die Lebenslinie dieses Teilchens als Reihe all dieser markierten Weltpunkte; diese Linie bezeichnen wir als „Weltlinie“ des Teilchens. Wenn wir vorhin sagten, daß das physikalische Geschehen grundsätzlich vollständig beschrieben werden könne durch Angabe der Werte der Zustandsgrößen in den Weltpunkten, so müssen wir doch ergänzend hinzufügen, daß die Physik gegenwärtig noch nicht bestimmt weiß, ob in der Tat diese Angaben genügen würden. Die Auffassung der „Physik als reiner Feldtheorie“ nimmt dies an. Eine andere Auffassung meint dagegen, daß die bloße Angabe von Zustandsgrößen nicht genüge, um auch Lage und Bewegungen der kleinsten Bausteine der Materie (etwa der Elektronen) zu beschreiben; es müßten also außer jenen Zustandsgrößen auch die Weltlinien dieser Bau-

steine angegeben werden. Eine dritte Auffassung entfernt sich noch mehr von der reinen Feldtheorie, indem sie auf die Zustandsgrößen ganz verzichtet: sie glaubt, daß die Angabe von Weltlinien allein genüge, um das ganze physikalische Geschehen darzustellen. Wie dem nun auch sei — ob Zustandsgrößen allein, Weltlinien allein oder beides angegeben werden muß —, jedenfalls kann das Geschehen eines Gebietes oder der ganzen Welt aufgefaßt werden als ein bestimmtes vierdimensionales Gebilde. Diese Auffassung hat den Vorzug, daß an Stelle des fließenden, ewig wechselnden Bildes, das das Geschehen für die Wahrnehmung und auch noch für die gewöhnliche quantitative Betrachtung bietet, ein einmaliges, festes, unveränderliches Gebilde tritt, dessen starrer Zustand untersucht wird. Die Naturgesetze werden hier zu Aussagen über die gegenseitige Abhängigkeit der Beschaffenheit von Teilen des vierdimensionalen Gebildes.

Die Darstellung des physikalischen Geschehens in Form eines vierdimensionalen, starren Gebildes rührt von Minkowski her. Sie ist durch die Relativitätstheorie angeregt worden und hat zu einer besonders einfachen Formulierung dieser Theorie geführt, ist aber an sich unabhängig von ihr und kann für die Darstellung jeder Theorie über das physikalische Geschehen angewandt werden.

Die physikalische Kausalität

Der Tatbestand, daß das physikalische Geschehen Gesetzmäßigkeiten unterliegt, lautet als Aussage über die vierdimensionale Welt so: wenn der Wert bestimmter Zustandsgrößen für bestimmte Weltpunkte festliegt, so können diese Zustandsgrößen nicht mehr an allen übrigen Weltpunkten jeden überhaupt für sie möglichen Wert annehmen, sondern für gewisse Weltpunkte sind die Werte dann entweder eindeutig festgelegt, oder doch wenigstens innerhalb bestimmter Grenzen gehalten. Dies ist der allgemeine Begriff einer Gesetzmäßigkeit oder

„Determination“. Die im Naturgeschehen vorgefundene Form der Gesetzmäßigkeit, die „physikalische Kausalität“ bildet einen Spezialfall dieses Begriffes. Sie ist so beschaffen, daß die Änderung einer Zustandsgröße an einem bestimmten Punkt bestimmt ist durch die räumliche Verteilung gewisser Zustandsgrößen in der räumlichen Umgebung des betreffenden Punktes. (Daher Differentialgleichungen als Form der Naturgesetze.) Auf das ganze Weltgeschehen bezogen: das Geschehen in Zukunft und Vergangenheit ist bestimmt, wenn der Zustand in einem Zeitpunkt festliegt.

In Wirklichkeit kann freilich niemals der Zustand der ganzen Welt berücksichtigt werden, weil er ja nie bestimmt ist. Für das Geschehen eines endlichen Teilgebietes ist die Gesetzmäßigkeit in folgender Form auszudrücken: das physikalische Geschehen in einem bestimmten Raumgebiet während einer bestimmten Zeitstrecke ist durch die Naturgesetze eindeutig bestimmt, wenn irgend ein Zustand des Gebietes (es braucht nicht der Anfangszustand zu sein) und das „Randgeschehen“ bekannt sind, d. h. die Verteilung der Werte der Zustandsgrößen erstens für das ganze Raumgebiet in irgendeinem Zeitpunkt der Zeitstrecke und zweitens für die Randpunkte des Gebietes während der ganzen Zeitstrecke. In der Sprache der vierdimensionalen Welt: die Beschaffenheit (genauer: die Belegung mit Werten der Zustandsgrößen) eines vierdimensionalen, zeitlich-zylindrischen Teilgebietes ist eindeutig bestimmt durch die Beschaffenheit irgendeines dreidimensionalen Querschnittes des Zylinders und die Beschaffenheit des (dreidimensionalen) Zylindermantels. In gewissen einfachen Fällen, die freilich niemals ganz streng verwirklicht sind, braucht das Randgeschehen nicht angegeben zu werden, sondern es genügt die Beschreibung eines Zustandes; dies ist der Fall bei den sog. „isolierten Systemen“, d. h. solchen Gebieten, in die während der betrachteten Zeitstrecke keine Wirkung hineintritt und aus denen keine Wirkung hinausgeht.

Das Weltgeschehen dargestellt als Zahlensystem

Da die einzelnen Weltpunkte durch Angabe von je vier Zahlen, also eines „Zahlenquadrupels“, bezeichnet werden können, so können wir die Werte der physikalischen Zustandsgrößen, anstatt sie den Weltpunkten einer gedachten vierdimensionalen Welt zuzuschreiben, direkt den Zahlenquadrupeln zuschreiben. Nehmen wir an, es seien zehn Zustandsgrößen hinreichend und notwendig für die Beschreibung des physikalischen Zustandes. Dann besteht die physikalische Beschreibung eines Weltpunktes aus einer Reihe von 14 Zahlen; die ersten vier Zahlen kennzeichnen den Weltpunkt eindeutig, die letzten zehn Zahlen geben seinen physikalischen Zustand an. Das physikalische Geschehen in einem bestimmten Raumgebiet während einer bestimmten Zeitstrecke oder auch in der ganzen Welt für alle Zeit ist dann darzustellen durch eine Menge solcher Reihen von je 14 Zahlen, wobei zu jedem Weltpunkt des Gebietes oder der Welt je eine solche Reihe gehört. Die Naturgesetze sind bei dieser Darstellungsweise auszudrücken als Abhängigkeitsbeziehungen zwischen den Zahlen verschiedener Vierzehnerreihen. Die früher beschriebene Form der physikalischen Kausalität ist so beschaffen, daß (ungenau ausgedrückt) das Geschehen an einem Punkte während eines kurzen Zeitraumes abhängt vom Geschehen in dem Punkt und seinen Nachbarpunkten zu Beginn des Zeitraumes. Das drückt sich als Aussage über die Vierzehnerreihen so aus: in bezug auf eine bestimmte Vierzehnerreihe R sind die Zahlen an 5. bis 14. Stelle in denjenigen Reihen, die mit R in der 1. bis 3. Zahl genau und in der 4. annähernd übereinstimmen, eindeutig bestimmt, wenn die Zahlen an 5. bis 14. Stelle in denjenigen Reihen bekannt sind, die mit R in der 1. bis 3. Zahl genau oder annähernd und in der 4. genau übereinstimmen.

Die Betrachtung des physikalischen Geschehens als einer vierdimensionalen Raum-Zeit-Welt ist gewissermaßen die Ver-

wandlung der physikalischen Betrachtung eines Geschehens in die geometrische Betrachtung eines starren Gebildes. Die jetzt angedeutete Betrachtung des physikalischen Geschehens als einer Menge von Vierzehnerreihen von Zahlen geht in der Formalisierung noch einen Schritt weiter: hier ist die physikalische Betrachtung verwandelt in die arithmetische Betrachtung eines bestimmten Zahlensystems.

Die Rückübersetzung in Qualitätsaussagen

Ist die angedeutete, abstrakteste Form der Physik denn noch Physik zu nennen? Sagt sie noch etwas über die Natur aus und lehrt sie uns, spätere Wahrnehmungen aus geübten Wahrnehmungen vorauszuberechnen? Das ist gewiß der Fall, obwohl von Raum und Zeit oder von Wahrnehmungsqualitäten oder irgendwelchen sonstigen Qualitäten überhaupt nicht mehr die Rede ist. Gesprochen wird nur von Zahlen eines bestimmten Zahlensystems und ihren mathematischen Beziehungen. Die für das Ziel der Physik wesentliche Eigenschaft dieses Zahlensystems ist nun nicht die, daß es eben als Zahlensystem restlos einer mathematischen Behandlung, einer Berechnung der einen Teile aus den andern, unterworfen werden kann; dies ist nur ein methodischer Vorzug. Das Wesentliche liegt vielmehr darin (was zuweilen nicht genügend beachtet wird), daß die Zahlenangaben des Systems sich stets eindeutig in Qualitätsangaben übersetzen lassen. Daraus folgt, daß der gegen die mathematisch arbeitende Physik erhobene Vorwurf der Einseitigkeit, nämlich der bloßen Betrachtung des Quantitativen unter Vernachlässigung des Qualitativen, nicht recht hat; das soll nachher noch näher erörtert werden. Es gibt nicht eine quantitative und eine qualitative Seite der Natur. Sondern das Quantitative ist eine bestimmte Begriffsform; die quantitative Betrachtung ist eine bestimmte (auf Messung und Formalisierung beruhende) Methode, um die Natur, d. h. die Gesamtheit der wahrnehm-

baren Wirklichkeit mit allen ihren Qualitäten, durch Erkenntnis erfassen und auch vorherbestimmen zu können.

Die Rückübersetzung der reinen Zahlenaussagen der abstrakten Physik in Qualitätsaussagen ist möglich, weil einer bestimmten Werteverteilung bestimmter Zustandsgrößen stets eindeutig bestimmte physikalische Qualitäten, schließlich bestimmte Sinnesqualitäten zugeordnet sind. Eine bestimmte Beschaffenheit einer Menge jener Vierzehnerreihen von Zahlen ist z. B. zu deuten als eine bestimmte Bewegung von Elektronen in einer bestimmten räumlichen Konstellation, und diese wieder als Chlor-Atom oder als Natrium-Atom oder als Chlor-Natrium-Kristall, also Kochsalz; einer so beschaffenen Menge von Vierzehnerreihen sind dann die Qualitäten weiß und salzig zugeordnet. Eine andere solche Menge ist etwa auch als Bewegung einer Elektronenmenge zu deuten, und diese dann als eine bestimmte, periodische Verteilung der Luftmoleküle, also als Schallwelle von bestimmter Frequenz; einer so beschaffenen Menge von Vierzehnerreihen von Zahlen ist dann ein nach Tonhöhe, Klangfarbe und Tonstärke bestimmter Ton zugeordnet oder ein genau gekennzeichnetes Geräusch.

Bestände diese Möglichkeit der Rückübersetzung nicht, so wäre freilich die Physik auf dieser abstrakten, d. h. vollständig formalisierten Stufe nichts weiter als ein harmloses Rechenpiel. Nur weil jene Möglichkeit besteht, darf die Physik sagen, daß sie von der Wirklichkeit spricht; und nur, weil die Rückübersetzung eindeutig ist, kann die Physik bestimmte Angaben machen über Wahrnehmungen, die man noch nicht gemacht hat, sondern erst an einem bestimmten, zukünftigen Zeitpunkt machen wird, oder allgemeine Aussagen darüber, was für Wahrnehmungen unter gewissen Bedingungen stets zu erwarten sind.

Abstrahiert die Physik von den Qualitäten?

Wir haben die dritte Stufe der physikalischen Begriffsbildung als „abstrakt“ bezeichnet. Das ist aber nur damit be-

gründet, daß die auf dieser Stufe verwendeten Begriffe abstrakt, formal sind; es soll aber mit dieser Bezeichnung nicht etwa gemeint sein, daß die Physik im eigentlichen Sinne von den Qualitäten abstrahiere, sie außer acht lasse. Zuweilen wird diese Meinung über die mathematisch arbeitende Physik vertreten; man glaubt, sie siebe gewissermaßen die Natur durch, behalte nur das Quantitative in der Hand, während ihr das Qualitative — worin doch das Wesentliche liege — zwischen den Fingern zerrinne.

Ist die Physik, als Darstellung des bunten Naturgeschehens in rein formalen Begriffen, der Darstellung eines bunten Gegenstandes durch ein Schwarzweißbild zu vergleichen? Nein, der Unterschied zwischen den beiden Darstellungen ist ein wesentlicher. Ein Photogramm eines bunten Dinges oder eine auf Grund des Photogramms gemachte Beschreibung des Dinges vernachlässigt tatsächlich die Farben: sie gibt zwar verschiedene Eigenschaften des Dinges an; aber weder kommen unter diesen die Farben vor, noch sind sie aus diesen nachträglich wieder zu erschließen. Bei der physikalischen Beschreibung des Naturgeschehens durch Zahlenangaben kommen zwar auch die Farben nicht vor; aber sie sind aus diesen Angaben nachträglich wiederzugewinnen, also nicht wie beim Photogramm verloren gegangen.

Bei der Betrachtung der quantitativen Stufe haben wir gesehen, daß Messung von Qualitäten nicht eine irgendwie vergewaltigende Behandlung der Qualitäten ist, sondern nichts anderes als eine besondere Art der Benennung, nämlich eine Benennung mit Zahlen anstatt mit Wort-Namen. So wenig man dem Geographen wegen seiner Benennung der Städte und Berge eine Ersetzung der wirklichen Gegenstände durch Worte und damit eine Unterschlagung wesentlicher Eigenschaften zum Vorwurf macht, ebensowenig darf man dem Physiker, weil er alles messen will, vorwerfen, er ersetze die wirklichen Gegenstände und Qualitäten durch Zahlen und verliere damit eine wesentliche Beschaffenheit an ihnen. Der

Chemiker spricht nicht von „Wasser“, sondern von „ H_2O “; trotzdem wird niemand behaupten, er abstrahiere vom Material. Ebenso ist die quantitative Methode der Physik nur systematische Benennung, nicht Abstraktion von den Qualitäten.

Auf der abstrakten Stufe der physikalischen Begriffsbildung kommen allerdings die Qualitäten überhaupt kaum vor, auch nicht unter anderem Namen. Denn diejenigen Strukturen von Teilgebieten des Zahlensystems, die Sinnesqualitäten zugeordnet sind, werden nicht besonders hervorgehoben. Trotzdem gehen auch auf dieser Stufe die Qualitäten nicht verloren, sondern stecken unausgesprochen in der mathematischen Beschreibung der Eigenschaften des Zahlensystems darin. Das zeigt sich in der besprochenen Möglichkeit, die Qualitätsaussagen aus der mathematischen Beschaffenheit des Zahlensystems eindeutig zurückzugewinnen. Als Gleichnis für die Darstellung des Naturgeschehens in der Physik kann besser als das Schwarzweißbild einer bunten Blume die Darstellung einer Melodie durch Noten dienen: die Notenschrift tönt zwar nicht selbst, trotzdem sind in ihr die Töne nicht verloren, da die Notenschrift jederzeit in die tönende Melodie zurückübersetzt werden kann (vorausgesetzt, daß die Zuordnung zwischen Noten und Tönen bekannt ist).

Literatur-Verzeichnis

Wer sich mit den hier kurz besprochenen Fragen und mit weiteren verwandten Problemen näher beschäftigen will, sei auf die folgenden Bücher hingewiesen.

- Bavink, Allgemeine Ergebnisse und Probleme der Naturwissenschaft. Eine Einführung in die moderne Naturphilosophie. (1914) 1924.
- Boehm, Begriffsbildung. (Wissen u. Wirken, Bd. 2) 1922.
- Duhem, Ziel und Struktur der physikalischen Theorien. 1908.
- Enriques, Probleme der Wissenschaft. 1910. I. Bd.: Wirklichkeit und Logik. II. Bd.: Die Grundbegriffe der Wissenschaft.
- Helmholtz, Zählen und Messen. In: H.s Schriften zur Erkenntnistheorie. Hrsg. v. Hertz und Schlick. 1921.
- Mach, Die Mechanik in ihrer Entwicklung, historisch-kritisch dargestellt. (1883) 1912.
- Die Prinzipien der Wärmelehre, historisch-kritisch dargestellt. (1896) 1919.
- Erkenntnis und Irrtum. Skizzen zur Psychologie der Forschung. (1905) 1920.
- Poincaré, Wissenschaft und Hypothese. (1906) 1921.
- Der Wert der Wissenschaft. 2. Kap.: Das Maß der Zeit. (1906) 1910.
- Schlick, Allgemeine Erkenntnislehre. (1918) 1925.
- Naturphilosophie. In: Lehrbuch der Philosophie, hrsg. v. Dessoir, Bd. II: Die Philosophie in ihren Einzelgebieten. 1925.
- Stallo, Die Begriffe und Theorien der modernen Physik. 1911.
- Wunderlich, Das Ding. Eine Einführung in das Substanzproblem. Teil I: Die Dinge der Naturwissenschaft. (Wissen u. Wirken, Bd. 15) 1924.

Sach- und Namenregister

- Abstrakte Stufe 54ff., 60.
 Abstraktion 60ff.
 Additionstheorem 32ff., 43, 45.
 additiv 34f.
 arithmetische Betrachtung 59.
 asymmetrisch 18f., 22, 26, 35, 38,
 43, 45.
 Atomtheorie 50.

 Bedingungsaussage, Bedin-
 gungsverhältnis 7f., 10f., 13.
 Begriff 3f.
 Begriffsbildung 3f., 24, 50.
 Beschleunigung 41ff., 45.

 Definition 3, 20ff., 38, 46.
 Dichte 44.
 Differentialgleichung 57.
 Differenzgleichheit 20, 23, 28, 33,
 39.
 Ding, Dingeigenschaft 6f.

 eindimensional 19, 22, 26, 32, 38.
 Einfachheit 27f., 30ff., 37, 44.
 Einheit 20f., 23, 29, 40, 42, 44, 46.
 EINSTEIN 33.
 elektrisch, s.: Ladung, Potential,
 Stromstärke.
 Elektrizitätslehre 50, 52f.
 Elektronen 55, 60.
 elektrostatisch, elektrodynamisch
 45f.
 Erfahrung 24, 30ff., 35, 43ff., 48.
 euklidisch, nichteuklidisch 31.

 Farbenlehre 52.
 Feldtheorie 55.
 Festsetzung 15, 20ff., 24, 28, 37.
 Formalisierung 59f.

 GALILEI 53.
 Genauigkeitsstufen 36f., 39.
 geometrische Betrachtung 59.

 Geschwindigkeit (s. a.: Relativ-
 geschw.) 34, 41f.
 Gesetz, Naturgesetz 23, 37, 44,
 47, 49f., 56f.
 Gesetzeswissenschaft 1.
 Gleichheit 22.
 Gleichzeitigkeit 21, 37f.
 GOETHE 52.
 Größe 20ff., 24, 46.

 Hypothese 50.

 Induktion 7ff.
 isoliertes System 57

 Kausalität 53, 56ff.
 Kennzeichen 3, 9f.
 kongruent 25f.
 Kraft 44, 46.

 Ladung, elektr. 35, 45f.
 Länge 24ff., 34, 36, 40.

 MACH 35.
 Masse 35, 42ff.
 Maßstab 27ff., 30f.
 Material 9f.
 Materialeigenschaft 10.
 Materialkonstante 44.
 mathematisch (Gleichungen, Rela-
 tionen, Funktionen) 49, 51f., 59ff.
 Messung 14ff., 21, 47ff., 59, 61.
 metaphysisch 45.
 metrisch 19, 21ff., 27, 36, 38.
 MINKOWSKI 56.

 Naturgesetz, s. Gesetz.
 NEWTON 52.
 nichteuklidisch, s. euklidisch.
 Normalobjekt 23, 29, 37, 46, 48.
 Nullpunkt 20f., 23, 28f., 40,
 42, 44, 46.

OSTWALD 48.

Physik 4f.
 Potential, elektr. 35.

Qualität, qualitativ 46, 47,
 51ff., 59ff.
 qualitative Stufe 6ff.
 Quantität, quantitativ 14, 16f.,
 51ff., 59ff.
 quantitative Stufe 14ff.

Raum 31.
 Realität 45.
 reihenartig 19, 22, 26, 38, 43.
 Relativgeschwindigkeit 32ff.
 Relativitätstheorie 21, 31, 33, 35,
 37, 56.

Schwingungszahl 48, 52.
 Skalenform 20f., 23, 27f., 32f.,
 35f., 39, 42f., 45, 49.
 starrer Körper 25, 30, 42.
 Stromstärke, elektr. 46.
 Struktur des Raumes 31.
 Summierbarkeit 32ff.
 symmetrisch 18, 22, 26, 35, 43, 45.

Temperatur 16ff., 34, 35ff.
 Theorie 50.
 thermodynamisch 36.
 Ton, Tonhöhe 48f.
 topologisch 19, 21f., 27, 36, 38.
 transitiv 18f., 22, 25f., 35, 38, 43, 45.

Ursache 12.

verstehen 1.
 Verstehenswissenschaft 1.
 vierdimensionale Welt 54ff.
 Vierzehnerreihen 58ff.
 Vorgang 11, 58.
 vorhersagen 1, 59.

Wärmeverhalten 16.
 Wärmeausdehnung 30f.
 Wärmeausgleich 17ff., 35.
 Wärmegleichgewicht 18f., 35.
 Wahlfreiheit 27ff.
 Wahrnehmung 4, 6, 10, 38, 47, 59f.
 Wahrscheinlichkeit 9, 50.
 Wechselwirkung 42ff., 45.
 Wellenlänge 30, 35.
 Weltlinie 55f.
 Weltpunkt 54ff.
 Winkel 31, 34, 42.
 Wirklichkeit 60.
 Wirkung 12.
 Wirkungsverhältnis 11ff.

Zählung 14ff.
 Zahlensystem 58ff.
 Zeichen 3f.
 Zeit 21, 34, 37ff.
 Zuordnung, Zuschreibung 16ff.,
 21f., 46, 58.
 Zustand 11, 54ff.
 Zustandsgröße 54ff., 60.

Inhalt

	Seite
Einleitung. Die Aufgabe der Physik	
Die Aufgabe der Wissenschaft	1
Was ist Begriffsbildung?	3
Die Aufgabe der Physik	4
I. Die erste Stufe der physikalischen Begriffsbildung.	
Qualitative Stufe: Wahrgenommene Dinge und Eigenschaften.	
Dinge und Dingeigenschaften	6
Die Induktion	7
Materialien und Materialeigenschaften	9
Bedingungsverhältnisse	10
Das „Wirkungsverhältnis“	11
II. Die zweite Stufe der physikalischen Begriffsbildung.	
Quantitative Stufe: Die physikalischen Größen.	
Zählung und Messung	14
Analyse der Temperaturmessung	16
Worin besteht die Definition einer physikalischen Größe?	20
Die fünf Bestimmungen über eine physikalische Größe	22
Beispiele der Begriffsbildung physikalischer Größen:	
A. Die Länge	24
Über Additionstheorem u. Summierbarkeit einer Größenart	32
B. Die Temperatur	35
C. Die Zeit	37
D. Abgeleitete Größen	41
E. Die Masse	42
F. Die elektrische Ladung	45
Rückblick auf die Beispiele	46
Sind alle wahrnehmbaren Eigenschaften meßbar?	47
Naturgesetze, Hypothesen und Theorien	49
Die Überlegenheit der quantitativen Methode gegenüber der qualitativen	51
III. Die dritte Stufe der physikalischen Begriffsbildung.	
Abstrakte Stufe: Das vierdimensionale Weltgeschehen.	
Die vierdimensionale Welt	54
Die physikalische Kausalität	56
Das Weltgeschehen dargestellt als Zahlensystem	58
Die Rückübersetzung in Qualitätsaussagen	59
Abstrahiert die Physik von den Qualitäten?	60
Literaturverzeichnis	63
Sach- und Namenregister	64

Physik

Berndt, Physikalisches Praktikum. 3. vermehrte Aufl. Band I: Mechanik, Akustik, Wärme, Optik. 304 S. mit 75 Figuren. Band II: Elektrizität und Magnetismus. 300 S. mit 112 Figuren. Brosch. je 3.—, geb. je 4.—
Beide Teile in einem Bande gebunden 7.—

Hier werden die im Laboratorium erworbenen Kenntnisse vertieft und physikalische Begriffe an Hand von Aufgaben dem Verständnis näher gebracht. Der Verfasser will den Praktikanten zur kritischen Mitarbeit erziehen und ihn veranlassen, seine Beobachtungen richtig zu verwerten.

Driesch, Relativitätstheorie und Philosophie (Wissen und Wirken) . . . 1.—
Vom Standpunkt des Philosophen, nicht des Physikers untersucht einer der führenden Philosophen der Gegenwart, Hans Driesch, die Grundlagen der speziellen wie der allgemeinen Relativitätstheorie und sagt hier, unbekümmert um Mode, was ihm falsch und was ihm wahr an Einsteins großem Lehrgebäude zu sein scheint.

Kistner, Feinaufbau der Materie (Wissen und Wirken). 130 Seiten mit 19 Abbildungen und 3 Tafeln 2.—

Kistner entwickelt die neuesten Anschauungen über die Stoffwelt von den einfachsten Grundvorstellungen der Physik und Chemie bis zu den Folgerungen aus Quantenlehre und Relativitätstheorie.

Pepler, Badische Landeswetterwarte mit 22 Fig., 2 Tabellen u. 1 Karte 4.—
Bei der steigenden wissenschaftlichen Bedeutung der Witterungskunde gewinnt diese Schrift durch ihre eingehende Darstellung der Instrumente und Beobachtungen auch für den Studierenden Bedeutung.

Chemie

Antropoff, Experimentelle Einführung in die Chemie. 2. verbesserte Auflage, XVI u. 112 S. mit Abb. 1.50

aus der Praxis hervorgegangen, führt dieses Buch den Studierenden nicht nur in die experimentelle Arbeit ein, sondern macht auch ganz besonders mit den theoret. Grundlagen vertraut, wie es durch bloßes Studium eines Lehrbuches nicht erreicht werden kann.

Kistner, Feinaufbau der Materie siehe unter Physik.

Smith, Einführung in die allgemeine und anorganische Chemie. 5. Aufl. XII und 729 Seiten mit 117 Figuren, Hrsg. von Haber u. D'Ans. Gebunden 8.—

Die weite Verbreitung dieses Buches zeugt für die Güte. Klare Darstellung und reicher Inhalt machen das Werk nicht nur zum Studium, sondern auch zur Benützung bei wissenschaftlicher Tätigkeit für die Bibliothek geeignet.

Pepler, Experimentelle Einführung in die Grundlehren der Chemie. 384 S. Mit zahlreichen Abbildungen. Gebunden 5.—

Dieses Lehrbuch berücksichtigt insbesondere die Anwendung der Chemie auf das tägliche Leben und ist durch die Anleitung zum Anstellen von Versuchen für den Anfänger ein wichtiges Hilfsmittel.

Verlag G. Braun in Karlsruhe

Mathematik

- Baldus, Formalismus und Intuitionismus in der Mathematik** (Wissen und Wirken, Bd. XI) 1.—
Der mit feineren mathematischen Hilfsmitteln arbeitende Physiker und Ingenieur erhält hier neben dem Mathematiker und Philosophen eine Einführung in neuerdings vielumstrittene Grundfragen des mathematischen Denkens.
- Boehm, Begriffsbildung.** 46 S. 1.—
Die Schrift sucht in die Axiomatik und insbesondere die dieses Gebiet betreffenden Arbeiten von David Hilbert einzuführen. Leicht faßliche Darstellung und geschickt gewählte Beispiele gestalten diese Schrift sehr anregend.
- Breusch, Ziele und Wege des Unterrichts in Mathematik und exakten Naturwissenschaften.** I. Band Mathematik. (Sammlung „Wissen und Wirken“, Bd. 35.) IV, 97 S. 1.80
In grundsätzlicher Einstellung, die überall von allgemeinen Erwägungen ausgeht, zeichnet hier Breusch in großen Zügen den Aufbau der Schulmathematik in logischer und methodischer Hinsicht. Ein noch erscheinender zweiter Teil (Bd. 36) wird die Physik und Chemie behandeln.
- Lindow, Formeln aus der Differential- und Integralrechnung.** 48 S. 1.—
— Anwendung der Differentialrechnung auf das technische Zeichnen. VIII u. 88 Seiten mit 45 Figuren 1.20
Die von Lindow in gedrängter Kürze zusammengestellten wichtigsten Formeln tragen zur leichten Einführung in das Wesen der Differential- und Integralrechnung wesentlich bei. So setzt der Verfasser auch in der zweiten Schrift nur elementare mathematische Vorkenntnisse voraus, um durch die Benützung der Tangente und des Krümmungskreises die punktweise Konstruktion einer Kurve zu erleichtern, und damit die Elemente der Differentialrechnung für das praktische Zeichnen zu verwerten.
- Sohncke, Sammlung von Aufgaben aus der Differential- und Integralrechnung, I. Teil: Differentialrechnung.** 6. Auflage. 304 S. 124 Figuren 2.50
— do. II. Teil: Integralrechnung wird in neuer Auflage erscheinen.
Diese grundlegende Sammlung zeichnet sich durch Brauchbarkeit und Reichhaltigkeit der Beispiele vor allen andern aus und bietet allen Studierenden zweckmäßiges Übungsmaterial.
- Wieleitner, Die Geburt der modernen Mathematik.** Historisches, Grundsätzliches. I. Analytische Geometrie. 61 S. mit 12 Figuren. 1.—
— Die Geburt der modernen Mathematik. II. Infinitesimalrechnung. (Wissen und Wirken). 72 S. mit 13 Figuren 1.—
In leichtfaßlicher Darstellung erhält hier jeder Leser einen klaren Begriff vom Entstehen und Wesen der beiden Grundpfeiler der modernen Mathematik.

Außerdem verweisen wir auf unsere Werke aus

Philosophie, Soziologie, Wirtschaftswissenschaft, Pädagogik und Körpererziehung

Wir bitten über alles Gewünschte unsere Kataloge und Prospekte zwanglos zu verlangen und uns Interessenten mitzuteilen.

Verlag G. Braun in Karlsruhe

Wissen und Wirken

Monatsschriften in den Grundfragen der (Wissenschaften) und (Schulmathematik)

(Wissenschaften) und (Schulmathematik)

1. Dr. H. Papp in Pestung 1. Bd. Einleitung zur Mathematik in der 4. Auflage (Schulmathematik)
2. Prof. Dr. K. Baur in Karlsruhe. Begriffsbildung
3. Dr. P. K. in Karlsruhe. Die geschichtlichen Grundlagen der Sozialmathematik
4. Prof. Dr. N. K. in Pestung 1. Bd. Die geographischen Grundlagen der deutschen Volkswirtschaft
5. Prof. Dr. M. S. in Karlsruhe. Oper und Drama
6. Prof. A. K. in Karlsruhe. Die Philosophie der Mathematik
7. Prof. Dr. G. A. in Wien. Die vorhistorischen Grundlagen der Mathematik
8. Prof. Dr. A. M. in Göttingen. Die mathematische Revolution
9. Dr. W. M. in Karlsruhe. Die Mathematik und die Naturwissenschaften
10. Dr. W. M. in Karlsruhe. Die Mathematik und die Naturwissenschaften
11. Prof. Dr. K. Baldus in Karlsruhe. Infinitesimalrechnung und die Grundlagen der Mathematik
12. Obermathematiker Dr. H. M. in München. Die Grundlagen der modernen Mathematik. I. Die analytische Geometrie
13. Obermathematiker Dr. H. M. in München. Die Grundlagen der modernen Mathematik. II. Die Infinitesimalrechnung
14. Prof. Dr. K. Baldus in Karlsruhe. Rechnen, Messen und Abmessen
15. Prof. Dr. K. Baldus in Karlsruhe. Die Grundlagen der Mathematik
16. Prof. Dr. K. Baldus in Karlsruhe. Die Grundlagen der Mathematik
17. Prof. Dr. K. Baldus in Karlsruhe. Die Grundlagen der Mathematik
18. Prof. Dr. K. Baldus in Karlsruhe. Die Grundlagen der Mathematik
19. Prof. Dr. K. Baldus in Karlsruhe. Die Grundlagen der Mathematik
20. Prof. Dr. K. Baldus in Karlsruhe. Die Grundlagen der Mathematik
21. Prof. Dr. K. Baldus in Karlsruhe. Die Grundlagen der Mathematik
22. Prof. Dr. K. Baldus in Karlsruhe. Die Grundlagen der Mathematik
23. Prof. Dr. K. Baldus in Karlsruhe. Die Grundlagen der Mathematik
24. Prof. Dr. K. Baldus in Karlsruhe. Die Grundlagen der Mathematik
25. Prof. Dr. K. Baldus in Karlsruhe. Die Grundlagen der Mathematik
26. Prof. Dr. K. Baldus in Karlsruhe. Die Grundlagen der Mathematik
27. Prof. Dr. K. Baldus in Karlsruhe. Die Grundlagen der Mathematik
28. Prof. Dr. K. Baldus in Karlsruhe. Die Grundlagen der Mathematik
29. Prof. Dr. K. Baldus in Karlsruhe. Die Grundlagen der Mathematik
30. Prof. Dr. K. Baldus in Karlsruhe. Die Grundlagen der Mathematik