

## REVIEWS OF BOOKS

GEORG CANTOR, Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhaltes. Mit erläuternden Anmerkungen sowie mit Ergänzungen aus dem Briefwechsel Cantor-Dedekind, herausgegeben von E. Z e r m e l o. Nebst einem Lebenslauf Cantors von A. F r a e n k e l. VII und 486 Seiten. Springer, Berlin, 1932.

Die vorliegende Sammlung enthält Abhandlungen von Cantor in vier Abteilungen: I. Zahlentheorie, II. Funktionentheorie, III. Mengenlehre, IV. Geschichte und Philosophie der Mathematik. Ein Anhang enthält Auszüge aus dem Briefwechsel zwischen Cantor und Dedekind. Fraenkel hat einen Lebenslauf angefügt (S. 452—483), der ein sehr lebendiges Bild von der Entwicklung und den inneren und äusseren Kämpfen in Cantors Leben gibt.

Die Sammlung gibt in sehr dankenswerter Weise die Möglichkeit, die bisher verstreuten Abhandlungen des Begründers der Mengenlehre kennen zu lernen. Die von Zermelo beigelegten Anmerkungen und Erklärungen sind sehr nützlich und aufschlussreich. Für den an logischen und sonstigen philosophischen Fragen interessierten Leser sind vor allem von Interesse: in Abt. III die Abhandlungen, durch die Cantor die Mengenlehre als eine Theorie des Aktual-Unendlichen begründet; und in Abt. IV, dem Briefwechsel und dem Lebenslauf, die Diskussionen über die philosophischen Fragen und Schwierigkeiten, die mit dem Problem der Zulässigkeit des Aktual-Unendlichen verknüpft sind. Wir finden eine Abhandlung „Ueber die verschiedenen Standpunkte inbezug auf das aktuelle Unendliche“ von 1885, in der Cantor seine Auffassung gegen die entgegenstehende anderer grosser Mathematiker und Philosophen verteidigt. Er zeigt, dass der „horror infiniti“ bei Männern wie Gauss und Leibniz berechtigt ist gegenüber dem „illegitimen aktuell Unendlichen“, nicht aber gegenüber dem von ihm eingeführten Unendlichkeitsbegriff. Aus der genannten und anderen Abhandlungen, aus Briefen und der Biographie ist zu ersehen, welche grosse Bedeutung Cantor theologischen Argumentationen beilegt, und wie stark er selbst in seiner mathematischen Arbeit durch religiöse Gedankengänge beeinflusst war. Aus diesen Tatsachen ist gewiss nichts, weder Positives noch Negatives, zu erschliessen inbezug auf die Fragen der Richtigkeit und des wissenschaftlichen Wertes seiner Resultate. Aber für die Psychologie, Soziologie und Geschichte der Wissenschaft liefern diese Tatsachen interessantes Material.

Einer kritischen Besprechung von Freges „Die Grundlagen der Arithmetik“ durch Cantor (1885) fügt Zermelo die berechtigte Bemerkung

hinzu: „Uns Heutigen kann es nur auffallend und bedauerlich erscheinen, dass die beiden Zeitgenossen, der grosse Mathematiker und der verdienstvolle Logiker, wie diese Rezension beweist, sich unter einander wenig verstanden haben.“

Es ist bemerkenswert zu sehen, dass Cantor schon mehrere der später so lebhaft diskutierten *Antinomien* gekannt hat. In einem Brief an Dedekind von 1899 spricht er von „inkonsistenten Vielheiten“, und nennt als Beispiele den Inbegriff alles Denkbaren, das System aller Ordnungszahlen (die später sog. Burali-Fortische Antinomie), das System aller Alefs, das System aller denkbaren Klassen.

Es ist erschütternd, zu verfolgen, wie Cantor unter der ablehnenden Haltung der Mathematiker, besonders Kroneckers, gegen seine neuen Ideen gelitten hat. Die Depression führte schliesslich zu einem psychischen Zusammenbruch im Jahr 1884. Auch der vergebliche Kampf mit gewissen Zentralproblemen seiner Theorie, besonders mit dem Kontinuumproblem, verursachte oft Depressionen und Mutlosigkeit. — Das Verhältnis zwischen neuartiger Theorie, Kritik und Ueberwindung der Kritik zeigt hier eine gewisse Parallele zur Entwicklung der Infinitesimalrechnung. Nach ihrer Begründung durch Leibniz und Newton wurden lebhaft Einwände gegen ihre Grundbegriffe erhoben. Wir wissen heute, dass diese Einwände (z.B. die Kritik von Berkeley und anderen an dem Begriff der unendlich kleinen Grössen) in wesentlichen Punkten berechtigt waren; dass aber die von den Kritikern gezogene Folgerung, dass die ganze Theorie damit hinfällig sei, falsch war. Es zeigte sich, dass die Theorie durch eine Umformulierung der grundlegenden Ansätze in eine einwandfreie Form gebracht werden konnte, wobei der Gesamtbestand an Ergebnissen der inzwischen reich entwickelten Theorie im Wesentlichen erhalten blieb. (Einführung des Grenzbegriffes als Basis durch Cauchy und Weierstrass; Abschaffung des Begriffes der unendlich kleinen Grössen). — Die Kritik an der Mengenlehre — durch Intuitionisten und Finitisten, wie z.B. Kronecker, Brouwer, F. Kaufmann, Bridgman and andere — richtet sich gegen gewisse Formulierungen und Deutungen, die ursprünglich als grundlegend und wesentlich erschienen, die aber vielleicht der später zurückschauende Beobachter als nicht zum Kern, sondern nur zur historisch bedingten Einkleidung gehörig erkennen wird. In dieser Hinsicht ist manches schon getan, vieles bleibt noch zu tun. Wenn wir die Arbeit betrachten, die seit Cantor in Richtung auf eine vorsichtiger Formu-  
lierung und Klärung der Grundlagen der Mengenlehre geleistet worden ist (z.B. durch Frege, Russell, Zermelo, Fraenkel, v. Neumann und andere) und gegenwärtig geleistet wird, so scheint die Erwartung berechtigt, dass es gelingen wird, der Theorie eine einwandfreie Grundlage zu geben, derart, dass der Gesamtbestand an Ergebnissen — sicherlich in der so fruchtbar entwickelten Punktmengenlehre und Topologie, aber wohl auch in der grossartigen Schöpfung der Theorie der Ordinalzahlen und der Alefs — im Wesentlichen erhalten bleibt.

R. C a r n a p (Chicago).