Besprechungen

QUINE, WILLARD VAN ORMAN: A System of Logistic. With Foreword by A. N. Whitehead. 204 S. Cambridge Mass. 1934, Harvard University Press.

Das Logiksystem der „Principia Mathematica“ von Whitehead und Russell stellt die Grundlage für alle späteren Systemversuche dar. Auch das vorliegende Buch stellt sich die Aufgabe, auf der genannten Grundlage eine neue, verbesserte Systemform auszubauen. Dabei handelt es sich nicht um Änderung von Kleinigkeiten, sondern um eine grundlegende Änderung gerade des Fundamentes: es werden neue Grundzeichen, Grundsätze und Regeln für das System aufgestellt. Dabei gelingt es Quine in verschiedener Hinsicht eine erhebliche Vereinfachung und dabei ein, größere Allgemeinheit zu erreichen. Daneben sind auch viele Einzelzüge originell und wertvoll. Hier muß ich mich auf die Erläuterung der wichtigsten charakteristischen Seiten des neuen Systems beschränken.

Die wichtigste Abweichung von der allgemein üblichen Symbolik besteht darin, daß Individual-Variable nicht nur Bezeichnungen für Einzelgegenstände vertreten, sondern auch solche für Sequenzen, d. h. für endliche geordnete Reihen irgendwelcher Gegenstände. Während Russell (und die übrigen Systeme nach ihm) einen wesentlichen Unterschied zwischen einstelligen, zweistelligen usw. Prädikaten machte und entsprechend zwischen Klassen und Relationen, wird hier $\varphi(x, y)$ als ein Spezialfall von $\varphi(x)$ angesehen. So ist es hier, im Unterschied zu allen früheren Systemen, möglich, allgemeine Sätze über n-stellige Relationen aufzustellen. Die in der Entwicklung der letzten Jahre gefundene Einficht, daß man nicht mehr zwischen Prädikaten und zugeordneten Klassenzeichen zu unterscheiden braucht (vgl. meine „Syntax“ § 38), liegt auch diesem System zugrunde; die scheinbare Abweichung liegt nur in der Terminologie: während die meisten vorziehen, die Verdopplung dadurch aufzuheben, daß nicht mehr von „Klassen“, sondern nur noch von „Eigenschaften“ gesprochen wird, wählt Quine den umgekehrten Weg: er spricht nur noch von Klassen. Doch können selbstverständlich seine Klassenausdrücke als Prädikate (im Sinn der allgemeinen Syntax) aufgefaßt werden.

Eine sehr bemerkenswerte Vereinfachung besteht darin, daß es *nur Eine Art von Variablen* gibt. Nicht durch die Gestalt einer Variablen, sondern nur durch den Zusammenhang des Satzes ergibt sich, ob eine Variable an einer bestimmten Stelle als Individualvariable, Satzvariable, Klassenvariable oder Relationsvariable fungiert.

Besonders interessant ist auch der Aufbau des *Systems der Definitionen.* Es werden sehr wenige Grundzeichen verwendet: außer Klammern und klammerersetzenden Punktzeichen (wie bei Russell) nur das Komma, das die Zeichen der Sequenzglieder verbindet, der Zirkumflex zur Markierung der Variablen im Klassenausdruck (‚x (...)‘ wie bei Russell), und ein Symbol, mit dessen Hilfe die Teilklassenbeziehung ausgedrückt werden kann. Ein symbolersparender Kunstgriff besteht darin, daß anstatt des R u s s e l lschen ‚$x \varepsilon a$' („x ist Element der Klasse a" oder „x hat die Eigenschaft a") einfach der Sequenzausdruck ‚a, x' geschrieben wird. Es ist erstaunlich zu sehen, daß allein auf Grund der angegebenen Grundzeichen alle weiteren erforderlichen Symbole definiert werden können. Die Implikation ‚$p \supset q$' wird definiert durch „$\hat{x}\, p$ ist Teilklasse von $\hat{y}\, q$"; die Identität ‚x=y' durch „jede Eigenschaft von x ist Eigenschaft von y"; die Allklasse ‚V' wie hei R u s s e l l durch ‚$\hat{x}\,(x = x)$'; die Universalität ‚U' als die Klasse, deren einziges Element V ist. Ferner gelingt es, die Negation, Konjunktion, Äquivalenz, die leere Klasse ‚ Λ ', ihre Einerklasse ‚o' und deren Negat ‚$\exists$' zu definieren; ferner auch die für die Relationstheorie erforderlichen Symbole für Vorbereich, Nachbereich, Relationsprodukt, Konverfe usw. Besonders bemerkenswert ist nun, daß der *Klassenoperator* ‚ $\hat{x}$ ' *der einzige Operator* ist. Die Allgemeinheit wird nämlich dadurch ausgedrückt, daß die betreffende Klasse universal ist; die Existenz dadurch, daß sie erfüllt ist. So tritt an die Stelle der üblichen Schreibung ‚(x) (...)' hier ‚U, $\hat{x}$ (. . .)' und an die Stelle von ‚($\exists$x) (. . .)' hier ‚$\exists$, $\hat{x}$ (…)'.

Unter Verzicht auf manche anderen interessanten Einzelheiten sei nur noch erwähnt, daß Q u i n e eine sehr brauchbare neue Methode zur Einführung der *Kennzeichnungen* („descriptions") gefunden hat. Im Unterschied zur R u s s e l lschen Methode hat sie zwar den Nachteil, daß sie nur auf Klassen (und Relationen), nicht aber auf Individuen anwendbar ist; innerhalb des logistisch-mathematischen Systems macht das aber kaum etwas aus. Erst in der Anwendung auf außerlogische Gebiete oder bei der Formulierung von Axiomensystemen würde der Verluft bemerkbar sein. Andererseits besteht der große Vorzug gegenüber der R u s s e l l-schen Methode darin, daß bei Q u i n e jede Kennzeichnung eindeutig ist; dadurch fallen alle die Schwierigkeiten fort, die beim Operieren mit R u s s e l lschen Kennzeichnungen auftreten und die in komplizierten Regeln zum Ausdruck kommen würden, die man freilich niemals formuliert hat. Q u i n e s Kunstgriff ist der folgende: ‚a'x' bezeichnet die Vereinigung der Klassen, die die Beziehung α zu x haben; also, falls es nur eine solche Klasse gibt, diese Klasse.

Das Syftem der Umformungsbestimmungen weicht ebenfalls stark von dem der Princ. Math. ab. Es werden sechs *Grundsätze* und vier *Schlußregeln* aufgestellt. Die gerade hier wesentliche Exaktheit der Textformulierung ist erheblich größer als in Princ. Math. Die Substitutionsregel bekommt hier dadurch eine einfachere Form, daß infolge des Operierens mit Klassenausdrücken die komplizierte sog. Einsetzung mit Argumenten unnötig wird. Q u i n e zeigt dann die Übereinstimmung seines Systems mit dem der Princ. Math., in dem er die Grundsätze dieses Systems in seinem System beweist und die Regeln dieses Systems in seinem System als gültige Ableitungsbeziehungen aufweist. Für die Beweise wird in Anlehnung an L u k a s i e w i c z eine ausgezeichnete, raumsparende und übersichtliche Darstellungsform entwickelt.

Mit Rücksicht auf Leichtverständlichkeit hat Q u i n e auf eine exakte Formulierung der *Formbestimmungen* absichtlich verzichtet. Obwohl die meisten Systemverfasser bisher (meist unabsichtlich) so vorzugehen pflegen, erscheint es mir doch als ein Mangel. Es ist zwar sicherlich ein großer Fortschritt gegenüber den Princ. Math., daß hier eine Substitutionsregel ausdrücklich aufgestellt wird; aber das würde erst dann genau sein, wenn vorher für die einzusetzenden Ausdrücke (Klassenausdrücke, Sätze usw.) Formbestimmungen aufgestellt worden wären.

Ebenfalls der Leichtverständlichkeit zuliebe hat Q u i n e vielfach noch die bisher allgemein übliche inhaltliche Redeweise mit Absicht angewendet, wo die formale genauer sein würde. (So spricht er z. B. meist von „Grundideen“, „Klassen“ usw., anstatt von „Grundzeichen“, „Klassenausdrücken“ usw.). Ich hoffe aber, daß wir die Leser logischer Bücher in Zukunft dahin erziehen werden, die im Grunde keineswegs schwerer verständliche formale Redeweise ebenso gern oder noch lieber zu lesen, als die nicht unbedenkliche inhaltliche Redeweise. Zwar läßt Q u i n e selbst sich durch die Anwendung der inhaltlichen Redeweise nirgends zu Scheinfragen verführen; aber seine Formulierungen sind doch an vielen Stellen so, daß manche Philosophen in Versuchung kommen werden, Scheinfragen anzuknüpfen. — Das Buch von Q u i n e veranlaßt mich nur deshalb zu den Bemerkungen über Formbestimmungen und formale Redeweise, weil es im übrigen die meisten bisherigem Darstellungen logischer Systeme am Exaktheit weit übertrifft.

Das Buch gibt im ganzen sehr wertvolle Vorschläge für die weitere Entwicklung des Fundaments des logistischen symbolischen Systems. Jeder, der auf diesem Gebiet arbeitet, und besonders wer nach geeigneten symbolischen Hilfsmitteln sucht, wird aus dem Buch sehr wertvolle Anregungen erhalten.

R. C a r n a p.