

Carnap Project: Benson No. 1934-3

**Besprechung: Lewis, C. I., and C. H.  
Langford: Symbolic Logic.  
(1934)**

Rudolf Carnap

An Stelle des vergriffenen Buches „Survey of Symbolic Logic“ ist jetzt dies neue Buch erschienen, in dem aber das Historische zugunsten des Systematischen mehr zurückgedrängt ist. Dadurch ist Raum geschaffen, um eine Reihe aktueller Probleme ausführlich zu erörtern.

Es wird zuerst eine leicht verständliche ausführliche Darstellung des üblichen Satz- und Funktionenkalküls in Russells Symbolik gegeben (Kap. I-V). Daran schließt sich das wichtigste Kapitel (VI), in dem Lewis sein *System der strikten Implikation* („strict implication“) darstellt. Gegenüber der früheren Darstellung sind verschiedene Ergänzungen und Verbesserungen angebracht worden, wobei auch die Untersuchungen von Oskar Becker verwertet sind. Das System umfaßt nur den Satzkalkül; im Unterschied zu diesem in seiner gewöhnlichen Form enthält er auch sog. Modalitäten, wie „möglich“, „notwendig“, „folgt aus“ (strikte Implikation), „verträglich mit“ u. dgl., die keine Wahrheitsfunktionen sind. Interessant ist ein neu hinzugekommenes Existenzaxiom, das in Wortumschreibung lautet: „Es gibt Sätze  $p$ ,  $q$  derart, daß  $p$  weder  $q$  noch nicht- $q$  strikt impliziert“. (Vielleicht könnte man statt dessen das einfachere Axiom nehmen: „Es gibt ein  $p$  derart, daß  $p$  und nicht- $p$  möglich

sind“?) Dieses neue Axiom (mit gebundenen Satzvariablen, die bei Russell nicht vorkommen) hat sich als erforderlich herausgestellt, um die Deutung des Systems auszuschließen, bei der die strikte Implikation als gleichbedeutend mit der materialen Implikation genommen wird. Lewis nimmt die Wittgensteinsche Auffassung der Tautologie an: eine solche ist wahr, weil sie die Gesamtheit der möglichen Fälle ausschöpft. Er weist aber mit Recht darauf hin, daß nicht alle Tautologien auf der Methode der Wahrheitstafeln beruhen müssen. Die Darstellung des Systems der strikten Implikation wird ergänzt durch Anhang II, in dem die verschiedenen möglichen Formen des Systems diskutiert werden.

Im Vergleich zu dem früheren Buch gänzlich neu ist die Darstellung (VII) der Methode der Matrices oder *Wahrheitswerttafeln*. Es werden auch die mehrwertigen Systeme erörtert, wie sie von Lukasiewicz (Warschau) und seinen Schülern aufgestellt worden sind. Lewis legt besonderen Wert darauf, an Hand dieser Systeme deutlich zu machen, daß es eine unendliche Vielheit verschiedener möglicher Logiksysteme gibt.

Wichtig zur Beurteilung der strikten Implikation ist die Erörterung über „Implikation und Ableitbarkeit“ (VIII). Es wird gezeigt, daß die Beziehung „Ableitbarkeit“ keine Wahrheitsfunktion ist und daher nicht durch Russells materiale Implikation dargestellt werden kann. Dies ist für Lewis der Grund zur Einführung der strikten Implikation. Eine Diskussion des grundsätzlichen Charakters dieser Methode will ich an anderer Stelle geben; dort werde ich auch zeigen, daß man die Ableitbarkeitsbeziehung auch in einem System behandeln kann, bei dem die Extensionalität der Sprache nicht aufgegeben wird.

Auf diese von Lewis geschriebenen Kapitel folgen einige von Langford. Zunächst wird ein *Funktionenkalkül*, der die strikte Implikation enthält, behandelt (IX). Es wird jedoch nicht, wie im Satz kalkül, ein System von Axiomen und Schlußregeln ausgestellt, sondern nur interpretierende Überlegungen angestellt. Ein Satz mit Operatoren wird so gedeutet, daß er etwas *über* die betreffende Satzfunktion, den Operanden, besagt. (Diese Deutung liegt vielleicht auch schon bei Russell vor; sie erscheint uns jedoch bedenklich.) Ferner wird das System verglichen mit dem der traditionellen aristotelischen Logik.

Lehrreich für die Analyse der Sätze der *Umgangssprache* ist die Erörterung (X) der Methode, nach der diese Sätze in logistische Form zu bringen sind. Sie bezieht sich vor allem auf All- und Existenzsätze. Im weiteren (XI, XII) wird eine ausführliche Darstellung der *axiomatischen Methode* („Technik der Postulate“) gegeben. Widerspruchsfreiheit und Vollständigkeit werden untersucht. Verschiedene Axiomensysteme für Reihenordnungen, Zwischenrelation und zyklische Ordnungen werden analysiert.

Zum Schluß (XIII) werden die logischen *Paradoxien* und die durch sie veranlaßte *Typentheorie* besprochen. Die Paradoxie des Lügners wird durch Leugnung des Satzcharakters aufgelöst: Wenn  $p$  lautet „ $p$  ist falsch“, so ist  $p$  überhaupt kein Satz. Dies hängt damit zusammen, daß auch die Sätze in verschiedene Typen eingeteilt werden. Es wird zwar an die Stelle von Russells verzweigter Typenhierarchie eine einfachere gesetzt, die aber doch komplizierter ist als die, die man bei uns „einfache Typenhierarchie“ zu nennen pflegt. Die Möglichkeit, daß ein Satz über sich selbst spricht, soll ausgeschaltet werden. (Gödel’s Konstruktion eines Satzes, der widerspruchsfrei über sich selbst spricht, ist an?? scheinend nicht bekannt.) Bemerkenswert ist der

Vorschlag, den Variablen nicht absolute, sondern nur relative Typen je nach dem Satzzusammenhang zuzuschreiben.—

Das Buch ist gleich wertvoll für den Anfänger wie für den Fachmann. Es gibt eine klare, leicht verständliche, durch viele Beispiele belebte Einführung in die Logistik. Und darüber hinaus gibt es reiche Anregung durch Aufstellung eines eigenen und eigenartigen Systems und durch ausführliche Erörterung der aktuellen Probleme der Logik.