

Carnap Project: Benson No. 1929-6

[Besprechung:]

Fraenkel, Adolf, Prof. Dr., Einleitung in die Mengenlehre. Dritte, umgearbeitete und stark erweiterte Auflage. Berlin: J. Springer 1928. XIII, 424 S.

(1929)

Rudolf Carnap

Die ersten drei Kapitel, die den systematischen Aufbau der Mengenlehre geben, sind in dieser Neuauflage des bekannten Lehrbuches nicht wesentlich geändert. Dagegen ist der zweite Teil, der die Grundlagenprobleme behandelt (Kap. IV, V), bedeutend erweitert, so daß er jetzt mehr als die Hälfte des Buches einnimmt. Inhalt dieses Teiles: IV. Erschütterung der Grundlagen und ihre Folgen. § 13: Die Antinomien der Mengenlehre; § 14: Der Intuitionismus, besonders Brouwer; § 15: Die nicht-prädikativen Begriffsbildungen; Russell und die logizistische Methode. V. Der axiomatische Aufbau der Mengenlehre; die axiomatische Methode; § 16: Das Axiomensystem; § 17: Die Tragweite des Axiomensystems; § 18: Die Axiomatik in allgemein- methodischer Hinsicht; § 19: Schluß: Die Bedeutung der Mengenlehre.

Da die sog. Antinomien der Mengenlehre nicht spezifisch mathematischer, sondern logischer Natur sind, so ist die Aufgabe ihrer Lösung eine Lebensfrage der Logik. Der Verfasser gibt eine historisch und sachlich gründliche Darstellung der drei Versuche, diese Aufgabe zu lösen, eine widerspruchsfreie, logische Grundlegung der Mathematik zu schaffen; es sind

das die drei Richtungen, deren Kampf bisher noch nicht entschieden ist: der Intuitionismus (Brouwer, Weyl), der Logizismus (Russell, Whitehead), der Formalismus (Hilbert). Die Erörterung des Intuitionismus gibt Anlaß zur Diskussion der logischen Probleme der mathematischen Existenz, des Satzes vom ausgeschlossenen Dritten und der Entscheidbarkeit. Im Anschluß an Russell werden die nicht-prädikativen Begriffsbildungen (die gegen das „circulus-vitiosus-Prinzip“ verstoßen), die Typen- und Stufentheorie und die symbolische Logik besprochen. Bei der Darstellung des von Fraenkel selbst herrührenden Axiomensystems der Mengenlehre (§ 16) sind vom Gesichtspunkt der Logik aus wichtig die Probleme der Existenzaxiome, insbesondere des Auswahlaxioms. Anschließend wird eine umfassende Darstellung der axiomatischen Methode im allgemeinen gegeben. Die bekannten Begriffe der Unabhängigkeit und der Widerspruchsfreiheit eines Axiomensystems werden erörtert; bei der „Vollständigkeit“ werden drei Bedeutungen unterschieden (etwa „entscheidungsdefinit“, „nichtgabelbar“, „monomorph“), deren Beziehungen untereinander noch problematisch sind.

Auch für den, der nicht aus Interesse an der Mengenlehre, sondern an den logischen Problemen der Grundlegung der Mathematik an das Buch herangeht, wird es ein ausgezeichnete Wegweiser. Die einander bekämpfenden Richtungen werden mit bemerkenswerter Objektivität dargestellt. Ihre historischen Wurzeln werden in Kürze angegeben. Vor allem aber wird der Leser bis zu der neuesten Problemlage hingeführt und erhält dabei ungewöhnlich reichhaltige Hinweise auf die mathematische und philosophische Literatur zu den genannten Problemen. Für die Literatur der modernen Logik ist das Literaturverzeichnis wohl die vollständigste, gegenwärtig vorliegende Zusam-

menstellung; eine sehr willkommene Ergänzung zu Lewis' Survey, dessen Verzeichnis bis 1917 reicht.

Wien.

Dr. Rudolf Carnap.