

# Dreidimensionalität des Raumes und Kausalität: Eine Untersuchung über den logischen Zusammenhang zweier Fiktionen (1924)

Rudolf Carnap

*Einleitung.* Drei Thesen.

I. *Die Erfahrung* 1. und 2. Stufe; primäre und sekundäre Welt.

II. *Die Dimensionszahl* (DZ ).

a) Begriff der DZ eines Bereiches.

b) Die primäre Welt (der Sinnesempfindungen) ist  $(2 + 1)$ -dimensional.

c) Die sekundäre (physikalische) Welt ist  $(3 + 1)$ -dimensional.

III. *Die Determiniertheit.*

a) Begriff der Gesetzmäßigkeit; determinierende und beschränkende Gesetze.

b) Die Determiniertheit der physikalischen Welt.

c) Die primäre Welt zeigt keine Determiniertheit.

IV. *Der Zusammenhang der beiden Fiktionen.*

*Zusammenfassung der Ergebnisse.*

(Die *kleingedruckten* Abschnitte können ohne Unterbrechung des Gedankenganges *überschlagen* werden. Sie dienen zur Anführung von Beispielen, zur näheren Begründung oder Erläuterung, zur Klärung von Einwänden oder zur schärferen Präzisierung, die den Text unnötig komplizieren würde.)

## Einleitung

Von der *Humeschen* Prüfung des Kausalitätsbegriffs bis zur Als-Ob-Lehre *Vaihingers* hat sich immer deutlicher die Erkenntnis geklärt, daß die Kausalität, wenn sie als Wirkungsverhältnis aufgefaßt wird, eine Fiktion darstellt, der das erlebte Verhältnis eines tätigen Willens zu seiner Tat zugrunde liegt. In der Erfahrung finden wir nicht dieses Kausalitätsverhältnis, wenigstens nicht in der „Erfahrung erster Stufe“, wenn wir hierunter das unmittelbar Gegebene in seiner ursprünglichen Ordnung verstehen. Diese Erfahrung erster Stufe zeigt nach heutiger Auffassung nur „unabänderliche Sukzessionen“<sup>1</sup>), Gesetzmäßigkeiten von der Art, daß auf bestimmte Vorgänge regelmäßig bestimmte andere folgen.

Demgegenüber soll im folgenden gezeigt werden, daß die Fiktivität noch weiter geht. Unsere *erste These* lautet: *der Ablauf des Geschehens in der Erfahrung (erster Stufe) zeigt keine Gesetzmäßigkeit; auch diese ist schon Fiktion.*

Und noch in einem anderen Punkte geht unsere Auffassung der Fiktivität über die bisherige hinaus. Daß die Konstruktion eines Raumes von vier oder mehr Dimensionen eine Fiktion ist, braucht nicht mehr nachgewiesen zu werden. Darüber hinaus besagt nun die *zweite These*: *auch der dreidimensionale Raum ist schon eine fiktive Erweiterung des zweidimensionalen Raumes der (primären) Erfahrung.*

Das wichtigste Ziel der folgenden Überlegungen besteht jedoch nicht in dem Nachweis dieser beiden Fiktionen, die unschwer als solche zu erkennen und vielleicht auch schon früher hier und da als solche dargestellt sind, ver-

---

<sup>1</sup> *Vaihinger*, S. 310, 317 f.

borgen durch andere Ausdrucksweise. Sondern es liegt in der Verknüpfung beider. Dimensionszahl des Raumes und Gesetzmäßigkeit des Geschehens sind bisher überhaupt kaum in Verbindung miteinander gebracht worden (Weyls Hinweis auf die einfachste Integralinvariante der vierdimensionalen Mannigfaltigkeit wäre vielleicht zu nennen). Die *dritte These* lautet: *Die Fiktion der Dreidimensionalität des Raumes* (gleichbedeutend mit der Vierdimensionalität des Weltgeschehens) *ist die logische Folge der Gesetzmäßigkeit des Geschehens.*

## I. Die Erfahrung erster und zweiter Stufe. Die primäre Welt der Sinnesempfindungen und die fiktiven sekundären Welten der Dinge und der Physik

Die Kritik, die besonders von positivistischer Seite am Kantischen Begriffe der Erfahrung geübt worden ist, hat gelehrt, daß durchaus nicht allen Formfaktoren in ihr, denen Kant Notwendigkeit zuschreibt, solche zukommt. Die (sinnliche) Erfahrung zeigt zwar notwendig eine gewisse räumliche und zeitliche Ordnung, ferner bestimmte qualitative Beziehungen der Gleichheit und Ungleichheit. Dagegen ist die Zusammenfassung gewisser Erfahrungselemente zu „Dingen“ mit „Eigenschaften“, ferner die Zuordnung gewisser Erfahrungselemente zu anderen als ihre „Ursachen“ durchaus nicht notwendig, d. h. Bedingung jeder möglichen Erfahrung. Sondern es ist Sache freier Wahl, ob diese Verarbeitung geschieht, und auch in weitem Maße, wie sie geschieht. Wir bezeichnen die Erfahrung, die nur notwendige Formung trägt, als „*Erfahrung erster Stufe*“, die weiter verarbeitete als „*Erfahrung zweiter*

*Stufe*“.

Aus der genannten Wahlfreiheit folgt, daß sich aus der einen Erfahrung erster Stufe *verschiedene* Arten von Erfahrungen zweiter Stufe erzeugen lassen, je nach der weiteren Umformung, die vorgenommen wird. Solcher Umformungen wollen wir hauptsächlich zwei verschiedene Arten unterscheiden: die „gewöhnliche“ und die „physikalische“. Ihnen entsprechen die Erfahrung zweiter Stufe, wie wir sie im täglichen Leben gewohnt sind, bzw. die der (theoretischen) Physik. Diese Unterscheidung ist jedoch nur eine ganz grobe und kann daher auch nur in einigen Umrissen gekennzeichnet werden; in beiden Fällen gibt es noch mannigfaltige Unterarten.

Die „*gewöhnliche*“ *Umformung* wendet hauptsächlich die Kategorien der Substantialität und Kausalität an. Hier hat die Erfahrung zweiter Stufe es mit Dingen und ihren Eigenschaften zu tun, und zwar Eigenschaften von der Art sinnlicher Qualitäten: Farbe, Härte usw. Die Dinge tun und leiden etwas. Sie üben Kräfte aufeinander aus. Die Geschehnisse werden als Wirkungen und Ursachen aufgefaßt.

Die „*physikalische*“ *Umformung* dagegen kennt kein Kausalitätsverhältnis im Sinne einer Wirkung, und in ihrer reinsten Form auch keine Substantialität. Sie konstruiert eine von sinnlichen Qualitäten freie Welt, in der es nur Raum- und Zeitgrößen und gewisse nichtsinnliche Zustandsgrößen gibt. In der reinsten Form haben auch diese drei Größenarten keinerlei mit Räumlichkeit, Zeitlichkeit oder Sinnesqualität vergleichbaren Charakter, sondern sind bloße Zahlbestimmungen, d. h. Relationsterme. Aus Gründen der Anschaulichkeit werden trotzdem die Bezeichnungen Raum, Zeit, Vorgänge, Veränderungen usw. beibehalten. Die Beziehung zwischen dieser Art der Erfahrung zwei-

ter Stufe und der der ersten Stufe wird durch eine Zuordnung hergestellt; z. B.: eine gewisse periodische Gestalt der Zustandsgrößenverteilung (physikalisch bezeichnet als elektrische Schwingung von bestimmter Schwingungszahl) an einer bestimmten Stelle der physikalischen Welt entspricht der grünen Farbe, die ich in einem bestimmten Augenblick an einer bestimmten Stelle des Gesichtsfeldes empfinde.<sup>2)</sup> Die Vorgänge der physikalischen Welt wirken nicht aufeinander, sondern es gilt für sie eine Abhängigkeit, die als reine mathematisch-funktionale Beziehung aufzufassen ist, ihre Art wird in Abschnitt IIIb näher erörtert werden.

Wie ersichtlich ist, verwendet die „gewöhnliche“ Umformung eine große Anzahl von Fiktionen, während die physikalische Umformung eigentlich als eine einzige gewaltige, systematische Fiktion zu bezeichnen ist. Die Kühnheit beider Fiktionen wird erst in Abschnitt IIc recht deutlich, wo sich zeigt, daß beide eine Erhöhung der Dimensionszahl vornehmen..

Den Inhalt der Erfahrung erster Stufe wollen, wir als „*primäre Welt*“ bezeichnen. Diese besteht also in dem noch nicht irgendwie gedeuteten Inhalt der Sinneempfindungen. Sie entspricht im ganzen wohl dem, was in der Erkenntnistheorie das Gegebene (*Rehmke*) oder die Gignomene (*Ziehen*) genannt wird, wenn sie auch, wie später gezeigt wird, zum Teil ganz andere Eigenschaften hat als ihr in diesen Theorien zugeschrieben werden. Die neukantische Philosophie kennt die primäre Welt nicht, da ihre Auffassung, die Formen der Erfahrung zweiter Stufe seien notwendig und eindeutig, sie

---

<sup>2)</sup>Über diese Zuordnungsbeziehung und ihre Bedeutung für das System der physikalischen Welt findet sich näheres in: *Carnap*, Über die Aufgabe der Physik, Kantstudien XXVIII, 1923.

verhindert, den Unterschied zwischen der primären und der sekundären Welt zu erkennen. Ihre eigentliche Leistung, nämlich der Nachweis der gegenstandserzeugenden Funktion des Denkens, bleibt jedoch bestehen und liegt auch unserer Auffassung von der sekundären Welt zugrunde. Die Frage, ob nicht die primäre Erfahrung noch in zwei Komponenten zu zerlegen sei: nämlich in das ursprüngliche Empfindungschaos und gewisse synthetische Faktoren, die das Chaos zu einer Ordnung umwandeln, sei hier nicht behandelt. Denn es geht hier nicht um die Frage des *Ursprunges* der Erfahrung, sondern um die Betrachtung der Eigenschaften, die sie hat, wenn sie als „Erfahrung“, und das heißt: als Erkenntnisinhalt, vorliegt; jenes ist eine Frage der Erkenntnistheorie oder eigentlich Metaphysik, diese gehört zu dem, was am besten mit dem Rehmkeschen Ausdruck „Grundwissenschaft“ zu bezeichnen ist. Die Elemente einer solchen Erfahrung stehen stets schon in gewissen Beziehungen zueinander (z. B. räumliche Berührung zweier gleichzeitiger Farbempfindungen im Gesichtsfeld). Das Mindestmaß dieser Beziehungen, also die Menge derjenigen, die nie fehlen, sobald Erfahrung in diesem Sinne vorliegt, bildet die Ordnung der Erfahrung erster Stufe.

Es muß hier deutlich betont werden, daß es sich bei der primären Welt durchaus nicht um eine Abstraktion handelt (wie etwa bei dem Kantischen „Material der Anschauung“, das für sich nie gegeben ist). Sondern undingliche, ja sogar ganz ungedeutete Empfindungen kommen tatsächlich vor. Für den Fall des wichtigsten Dingerkennungssinnes, des Gesichts, sei z. B. an manche Maler erinnert, die nicht Dinge, sondern Farbenverteilungen sehen, ferner an ein ähnliches Sehen bei abgelenkter Aufmerksamkeit, ah das Nichterkennen des Gesehenen bei großen Entfernungen oder schwacher Beleuchtung, an das Sehen operierter Blindgeborener und das vermutlich analog zu denkende Sehen des Kindes im frühesten Alter.

Es ist jedoch daran zu erinnern, daß, wenn auch alle diese Fälle nicht vorlägen, die Unterscheidung der beiden Stufen der Erfahrung berechtigt und bedeutungsvoll sein würde in Anbetracht der Notwendigkeit der Formen erster Stufe und der Wahlfreiheit der Formen der zweiten, die sich im Vorhandensein verschiedenartiger sekundärer Welten kundgibt.

Unter der „*sekundären Welt*“ verstehen wir den Inhalt der Erfahrung zweiter Stufe. Als ihren Vertreter wählen wir für die folgenden Gedankengänge meist die „*physikalische Welt*“; denn sie ist infolge ihrer methodischen Erzeugung einheitlicher und leichter begrifflich faßbar als die „*gewöhnliche Welt*“ mit ihren vielen Fiktionen und Anthropomorphismen und in ihren mannigfaltigen Varianten.

Welches ist nun die „*wirkliche*“ Welt, die primäre oder die sekundäre? Nach der übereinstimmenden Auffassung der idealistischen und der realistischen Philosophie, sowie der in der physikalischen Forschung und im gewöhnlichen Leben üblichen Ansicht führt die Konstruktion der sekundären Welt zum Aufbau der „Wirklichkeit“. Die positivistische Philosophie dagegen erkennt nur dem Primären Wirklichkeitswert zu, die sekundäre Welt ist nur eine willkürliche, aus Gründen der Ökonomie ausgeführte Umgestaltung jener. Wir überlassen diese im eigentlichen Sinne transzendente Frage der Metaphysik; unsere immanente Erörterung hat es nur mit der Beschaffenheit der Erfahrung selbst zu tun, insbesondere mit der Unterscheidung ihrer Formfaktoren in notwendige und wahlfreie, die wir primäre und sekundäre nennen, und mit den Beziehungen zwischen beiden Arten. Auch trägt der Ausdruck „Fiktion“ hier keinen metaphysischnegativen Wertcharakter, sondern bedeutet, daß bei jener Konstruktion gewisse Formfaktoren neu hinzugefügt wer-

den: der Aufbau geschieht so, „als ob“ auch diese Faktoren der Erfahrung notwendig, also primär, zugehörten.

## II. Die Dimensionszahl (DZ)

### a) *Begriff der DZ eines Bereiches*

Die Frage nach der DZ eines Bereiches wird in den verschiedensten Gebieten, sowohl sinnlichen als nichtsinlichen, gestellt. Sie ist jedoch nicht ohne weiteres eindeutig. Ihre Beantwortung hängt jedesmal von der Festsetzung einer Klasse und einer Beziehung ab, für die sie gilt.

Zunächst ist die Klasse derjenigen Gegenstände anzugeben, die als „Elemente“ gelten sollen. Dafür bestehen häufig mehrere Möglichkeiten, auch in demselben Bereich.

*Beispiel.* Unser üblicher Raum hat die DZ  $_3$  in bezug auf die Klasse der Punkte,  $_4$  in bezug auf die der Geraden,  $_9$  in bezug auf die der Ellipsoide. Wir sagen dann auch: Die Klasse der Punkte des Raumes hat die DZ  $_3$  usw.

Die Klasse wird häufig definiert durch die Angabe, in welchem Falle zwei Gegenstände des Bereiches als identisch angesehen werden sollen.

*Beispiel.* Die Frage nach der DZ des Tonbereichs ist dadurch eindeutig zu machen, daß etwa festgesetzt wird: Zwei Töne sollen als identisch gelten, wenn sie dieselbe Tonhöhe haben (DZ  $_1$ ). Oder: Zwei Töne sollen als identisch gelten, wenn sie dieselbe Tonhöhe und dieselbe Stärke haben (DZ  $_2$ ).

Ferner muß festgesetzt werden, welche Beziehung als Nachbarschaftsbeziehung der Elemente gelten soll.

*Beispiel.* Ist der Bereich ein Mosaikbild und ist die Klasse dadurch bestimmt, daß die einzelnen Steine als Elemente gelten sollen, so kann etwa das Nebeneinanderliegen als Nachbarschaftsbeziehung festgesetzt werden, oder auch die Farbtonähnlichkeit. Aus der späteren Definition der DZ folgt, daß die Klasse im ersten Falle zwei, im zweiten drei Dimensionen hat.

Für genauere geometrische Untersuchungen müßte die Nachbarschaftsbeziehung genauer analysiert und, wie etwa in der Mengenlehre durch Umgebungsaxiome, festgelegt werden; hier genügt der allgemeine Begriff

Meist pflegt die DZ eines Bereiches genannt oder erfragt zu werden, ohne daß die Elementenklasse und die Nachbarschaftsbeziehung, auf die sie sich bezieht, ausdrücklich genannt werden. Das ist zulässig, wenn ohne weiteres verständlich ist, welche Klasse und welche Beziehung gemeint sind. Die angeführten Beispiele zeigen jedoch, daß dies durchaus nicht immer der Fall ist.

Für die Definition der DZ sind einige Hilfsbegriffe erforderlich. Sind in einem bestimmten Falle die Klasse  $k$  und die Beziehung  $B$  festgesetzt, so sagen wir von einer Teilklasse von  $k$ , sie sei eine „ $B$ -Reihe“, wenn ihre Elemente sich so ordnen lassen, daß jedes zu dem folgenden in der  $B$ -Beziehung steht. Von zwei Elementen  $x$  und  $y$ , die der Teilklasse  $b$  von  $k$  angehören, sagen wir, sie seien durch die Teilklasse  $a$  „in  $b$  getrennt“, wenn es keine  $x$  und  $y$  enthaltende  $B$ -Reihe in  $b$  gibt, die kein Element von  $a$  enthält.

*Beispiel.*  $k$ : Europa,  $B$ : räumliche Nachbarschaft. Berlin und München sind „durch die Elbe in Deutschland getrennt“ (nicht in Europa!); denn es gibt keine Linie zwischen ihnen in Deutschland, die keinen Punkt der Elbe enthält.

*Definition der DZ eines Bereiches,* bezogen auf die Elementenklasse  $k$

und die Nachbarschaftsbeziehung  $B$ . Wir unterscheiden  $DZ$  einer Klasse „in einem ihrer Elemente“, und  $DZ$  der Klasse überhaupt.

a) Die (echte oder unechte) Teilklasse  $b$  von  $k$  hat „in ihrem Element  $x$ “ die  $DZ$  Null, wenn es kein  $x$  benachbartes Element in  $b$  gibt.

b)  $b$  hat (überhaupt) die  $DZ$  Null, wenn  $b$  in allen seinen Elementen die  $DZ$  Null hat.

c)  $b$  hat in  $x$  die  $DZ$   $n+1$ , wenn es für jedes  $x$  nicht benachbarte Element  $y$  von  $b$  zwar stets eine  $x$  und  $y$  in  $b$  trennende Teilklasse mit der  $DZ$   $n$  gibt, nicht aber stets eine sie trennende Teilklasse mit der  $DZ$   $n-1$ .

d)  $b$  hat (überhaupt) die  $DZ$   $m$ , wenn  $m$  die größte der  $DZ$  von  $b$  in einem seiner Elemente ist.

Für  $m = 0$  ist (d) in Übereinstimmung mit (b). Größere  $DZ$  als Null werden durch (c) und (d) regressiv definiert.

Zur Veranschaulichung diene das Beispiel des Raumes. Und zwar werde für  $k$  die Klasse der Punkte, für  $B$  die räumliche Nachbarschaft genommen. Eine  $B$ -Reihe ist dann eine zusammenhängende Linie. Zwei Punkte  $x$  und  $y$  heißen durch eine Punktmenge  $a$  „in  $b$  getrennt“, wenn es in  $b$  keine Linie zwischen ihnen gibt, die keinen Punkt von  $a$  enthält. Die Punktmenge  $c_0$  hat in  $x$  die  $DZ$  Null, wenn  $x$  in  $c_0$  keine Nachbarpunkte hat.  $c_0$  hat die  $DZ$  Null, wenn zu  $c_0$  nur solche *isolierten* Punkte gehören. Eine Linie  $c_1$ , die auch viele Mehrfachpunkte haben und aus vielen nicht zusammenhängenden Stücken bestehen darf, hat in jedem Punkt  $x$ , also auch allgemein die  $DZ$  1. Denn für jeden anderen,  $x$  nicht benachbarten Punkt  $y$  von  $c_1$  ist es stets möglich, einen oder mehrere nicht benachbarte Punkte zu bezeichnen, die  $x$  und  $y$  in  $c_1$  trennen, d. h. bei deren Vermeidung  $x$  und  $y$  nicht durch ein Liniestück von  $c_1$  verbunden werden können. Ferner hat eine

Fläche  $c_2$  in jedem Punkt  $x$ , also auch allgemein die DZ 2, denn für jeden anderen,  $x$  nicht benachbarten Punkt  $y$  von  $c_2$  können stets Linien angegeben werden, die  $x$  und  $y$  in  $c_2$  trennen, also Klassen von der Art  $c_l$  und der DZ 1. Als Beispiel für  $c_2$  diene die Oberfläche eines Würfels oder einer Kugel. Für diese gilt die DZ 2; denn für irgend zwei Punkte der Würfel- oder Kugeloberfläche läßt sich immer eine (geschlossene) Linie angeben, die sie trennt. Dies Beispiel klärt das zuweilen vorkommende Mißverständnis auf, als sei nur die Ebene zweidimensional, dagegen eine Fläche, die aus der Ebene heraustritt, dreidimensional. Ist  $c_2$  eine endliche Klasse von Flächen, Linien und isolierten Punkten mit beliebigen Zusammenhangsverhältnissen, so ist seine DZ ebenfalls 2; in einigen seiner Punkte hat  $c_2$  die DZ 0, in anderen 1, in anderen 2. In entsprechender Weise läßt sich auch zeigen, daß sowohl der ganze Raum  $k$ , als auch eine endliche Menge  $c_3$  von Körpern, Flächen, Linien und Punkten die DZ 3 hat.

Für die Nachbarschaftsbeziehung  $B$  gibt es im Bereich der Sinnesempfindungen drei Arten: sie bezieht sich entweder auf räumliche oder zeitliche oder andersartige Eigenschaften. Die auf  $B$  bezogene Dimension nennen wir dementsprechend *Raum-, Zeit- oder Qualitätsdimension*.

Beispiel: Der Tonbereich. 1. Zwei Töne sollen als identisch gelten, wenn sie dieselbe Tonhöhe haben; als  $B$  gilt benachbarte Tonhöhe. DZ 1; eine Qualitätsdimension. 2. Zwei Töne sollen als identisch gelten, wenn sie dieselbe Tonhöhe und dieselbe Stärke haben und gleichzeitig sind; als  $B$  gelte: benachbarte Tonhöhe oder benachbarte Stärke oder zeitliche Nachbarschaft (das „oder“ ist nichtausschließend zu verstehen). Es ergibt sich: DZ 3; zwei Qualitäts-, eine Zeitdimension.

Aus der gegebenen Definition der DZ geht hervor, daß der Dimensionsbegriff nicht etwa seinem eigentlichen Sinne nach sich nur auf den Raum

bezieht, und auf anderes (Zeit oder Sinnesqualitäten) nur durch räumliche Symbolisierung dieser Qualitäten übertragen werden kann. Die Definition ist vollständig unabhängig davon, von welcher Art der Bereich, die in Frage stehende Qualität und die Nachbarschaftsbeziehung  $B$  sind.

Die psychologische Frage, ob die Vorstellung der Nachbarschaft und der Reihe in bezug auf irgendeine nichträumliche Qualität vielleicht stets räumlicher Art sei, bleibt hiervon ganz unberührt und steht hier nicht zur Erörterung.

Für die nachstehende Untersuchung treffen wir folgende Festsetzungen. Es handelt sich in ihr nicht um Qualitätsdimensionen, sondern nur um Raum- und Zeitdimensionen. Bezeichnen wir einen Bereich als „ $(n+m)$ -dimensional“, so soll darunter stets verstanden sein, daß er  $n$  räumliche und  $m$  zeitliche Dimensionen habe. Im folgenden ist  $m$  stets gleich 1. Als identisch soll gelten, was denselben Raum und dieselbe Zeit einnimmt. Die Nachbarschaftsbeziehung  $B$  sei räumliche oder zeitliche Nachbarschaft.

So ist z. B. die gewöhnliche und ebenso die physikalische Welt als  $(3+1)$ -dimensional zu bezeichnen.

b) *Die primäre Welt*

*(der Sinnesempfindungen) ist  $(2+1)$ -dimensional*

Um den Hauptinhalt der These dieses Abschnitts nachzuprüfen, daß nämlich die primäre Welt nur zwei Raumdimensionen hat, seien zunächst die einzelnen Sinnesgebiete (und zwar von einem einzelnen Subjekt aus) getrennt betrachtet. Dann werde untersucht, ob etwa eine weitere Dimension des Bereiches durch das Zusammenwirken mehrerer Sinne entstehen kann, und schließlich, ob dies vielleicht durch die Hinzunahme der „andern Menschen“ möglich ist.

1. *Der Gesichtssinn.* Die Gesamtheit der Gesichtsempfindungen gliedert sich zunächst in die zeitliche Reihe der Momentanerlebnisse. Jedes Momentanerlebnis besteht aus zwei Klassen von räumlich gegliederten Farbempfindungen, nämlich den beiden Gesichtsfeldern. Jedes Gesichtsfeld hat etwa die Gestalt eines Mosaikbildes, ist flächenhaft; seine DZ bestimmt sich daher auf Grund der gegebenen Definition leicht zu zwei.

Die Flächenhaftigkeit des Gesichtsfeldes ist zwar nicht notwendig von vornherein im Bewußtsein. Aber wenn zwei Farbflecke eines Momentangesichtsfeldes überhaupt ins Bewußtsein treten, so ist mit ihnen gegeben, ob sie einander berühren oder nicht. Somit ist die Klasse  $k$  dieser Flecke und eine Nachbarschaftsbeziehung  $B$  zwischen ihnen gegeben, auf Grund deren nach der DZ gefragt werden kann. Daß diese sich dann bei näherer Überlegung als zwei ergibt und die Farbflecke daher auf Grund von  $B$  sich zu einer Fläche ordnen lassen, braucht noch nicht in jenem ursprünglichen Bewußtseinerlebnis mitgegeben zu sein. Der Sinn unserer Behauptung ist nur, daß  $k$  und  $B$  stets diejenige Eigentümlichkeit haben, die durch die DZ<sub>2</sub> oder durch den Ausdruck Flächenhaftigkeit zu kennzeichnen ist.

Das „körperliche Sehen“, die Wahrnehmung der Tiefenerstreckung der Dinge, gehört nicht zur Erfahrung erster Stufe, sondern ist Deutung, und zwar ziemlich verwickelter Art.

*Die Tiefenwahrnehmung* beruht zunächst auf der Deutung der sehr kleinen Abweichungen zwischen den beiden annähernd kongruenten Gesichtsfeldern (Querdisparation). Ferner kommt auch Mitwirkung anderer Sinne hinzu: die Spannungsempfindung des Augenlinsenmuskels; die Tastempfindungen bei gleichzeitig gesehene und getastete Körpern; die Muskelempfindungen, die man als Fortbewegung des eigenen Körpers zu deuten pflegt. Daß die Tiefenwahrnehmung tatsächlich

Deutung und nicht primäre Empfindung ist, zeigt am deutlichsten die Wirkung des Stereoskops: Zwei flächenhafte Bilder, die annähernde Kongruenz, aber auch genau diejenigen kleinen. weichungen voneinander haben, wie sie die beiden Gesichtsfelder bei der Betrachtung bestimmter körperlicher Gegenstände aufweisen, werden in der Wahrnehmung genau so körperhaft wie jene Gegenstände gedeutet.

Über die Mitwirkung anderer Sinne (Tastempfindungen, Muskelempfindungen: Linsenakkommodation und Körperbewegung) wird später zu sprechen sein. Hier zunächst die Feststellung, daß die Klasse der gleichzeitigen Gesichtsempfindungen aus zwei zwei-dimensionalen Teilklassen besteht, also auch insgesamt zwei-dimensional ist.

2. *Die Hautsinne.* Für die Klasse der Druckempfindungen könnte die DZ zunächst zweifelhaft erscheinen. Kann man nicht die Körperhaftigkeit, die Dreidimensionalität eines der Hand gehaltenen Steines erkennen? Freilich erschließt man aus gewissen Druckempfindungen diese Körperhaftigkeit, genauer: man deutet gewisse Empfindungen so, die selbst aber zwei-dimensional sind; sie erstrecken sich ja nur über die Oberfläche des Steines (vgl. das Beispiel von der Würfeloberfläche in Abschnitt IIa).

Zu dem gleichen Ergebnis führt auch die Überlegung, daß die Ortsbestimmung einer Druckempfindung von der Hautstelle abhängt, die den Reiz empfängt. Diese Hautstellen nun bilden zusammen das flächenhafte Gebilde Haut, also eine zwei-dimensionale Klasse. Anders wird es erst durch das Dazutreten der Muskelempfindungen, was später besprochen werden wird.

Diesem Argument, das sich auf die DZ<sub>2</sub> der Haut stützt, sei aber keine besondere Bedeutung beigemessen, da die Überlegungen vom Gesichtspunkt der Erfahrung erster Stufe aus angestellt werden müssen ohne physiologisches Wissen hineinzubringen, das ja die Deutungen der Erfahrung zweiter Stufe stets schon

enthält.

*Die übrigen Hautsinne* (Wärme-, Kälte-, Schmerzempfindungen) sind in der Lokalisation entweder undeutlicher als die Druckempfindungen oder schließen sich eng an diese an. Von keinem von ihnen wird man deshalb annehmen, daß die DZ der Klasse seiner Empfindungen größer als die der Klasse der Druckempfindungen sei.

3. *Das Gehör.* Die Klasse gleichzeitiger Gehörempfindungen ist meist 0-dimensional. Wenn einmal Ortsbestimmung in der Gehörwahrnehmung auftritt, so beschränkt sie sich auf bloße Richtungswahrnehmung und ist dazu sehr ungenau. Nun ist die Klasse der von einem Orte ausgehenden Richtungen, selbst wenn der dreidimensionale Raum zugrunde gelegt wird, nur zweidimensional. Die häufig hinzutretende Wahrnehmung der Entfernung ist sicherlich Deutung, gehört also zur Erfahrung zweiter Stufe. Vielleicht gilt dies sogar auch von jener Richtungswahrnehmung, von der noch nicht völlig geklärt ist, worauf sie beruht. Die Klasse der Gehörempfindungen hat also höchstens 2, vielleicht sogar nur 0 Raumdimensionen.

4. *Der Muskelsinn.* Der Muskelsinn bringt die Spannungs- und Druckverhältnisse der einzelnen Muskeln, Sehnen und Gelenke zum Bewußtsein. Hier hat die Klasse der gleichzeitigen Empfindungen 0 Raumdimensionen. Denn die Empfindungen dieses Sinnes haben primär kein Raumbestimmtheit an sich; die Lokalisation geschieht durch erfahrungsmäßige Zurückführung auf die Lokalisationen des Gesichtsinnes- und des Drucksinnes.

5. *Der statische Sinn.* Soweit überhaupt von selbständigen Empfindungen dieses Sinnes gesprochen werden kann, stehen sie untereinander nicht in räumlicher Ordnung; ihre Klasse ist also als  $(0 + 1)$ -dimensional aufzufas-

sen. Wenn diesem Sinn auch eine besondere Bedeutung für die Entstehung der Raumvorstellungen zukommt, indem aus seinen Empfindungen (wahrscheinlich einer Art von Druckempfindungen) Lage und Bewegung des Kopfes erkannt wird, so geschieht dies doch nur durch die Mitwirkung anderer Sinne, besonders des Gesichtsinnes und des Muskelsinnes. Dem statischen Sinn selbst kommt weder eine eigentümliche Sinnesqualität, noch ein räumliches Nebeneinander gleichzeitiger Empfindungen zu.

6. *Die übrigen Sinne.* Mit Geruch-, Geschmack- und Organempfindungen sind entweder überhaupt keine oder so undeutliche Raumbestimmungen verbunden, daß es keinem Zweifel unterliegt, daß hier keine Klasse von mehr als zwei Raumdimensionen aufzufinden ist.

7. *Das Zusammenwirken mehrerer Sinne.* Wie wir es beim Gesichtssinn durch das Zusammenwirken der beiden Gesichtsfelder fanden, so tritt auch häufig durch das Zusammenwirken mehrerer Sinne (Gesichtsinne und Tastsinn, Gesichtsinne und Muskelsinn, Tast- und Muskelsinn) die Wahrnehmung eines räumlich Dreidimensionalen auf. Daß es sich hierbei nicht um die Erfahrung erster Stufe, sondern um die Umformung der zweiten Stufe handelt, ist leicht einzusehen. Denn wenn die Empfindungen zweier verschiedener Sinne gleichzeitig auftreten und zusammenwirken, so ist in keinem der beiden Sinnesgebiete etwas enthalten, was ohne Einwirkung des andern Sinnes nicht darin wäre. Ist also jede der beiden Klassen für sich höchstens zweidimensional, so ergibt sich durch ihr gleichzeitiges Auftreten nichts anderes als zwei höchstens zweidimensionale Klassen, also insgesamt eine höchstens zweidimensionale Teilklasse der primären Welt.

*Die Verknüpfung* zweier verschiedener Sinnesgebiete zur Erfahrung zweiter Stufe

fe ist übrigens sehr verwickelter Art. Sie geht so vor sich, daß ein Element des einen mit einem gleichzeitigen des anderen als identisch angesehen wird. Diese Identität kann nun bei der völligen Disparatheit der Sinnesgebiete nicht etwa unmittelbar in der Empfindung zutage treten, sondern wird daraus erschlossen, daß gleichzeitig in den beiden Gebieten je ein un stetiger Vorgang an Unstetigkeitsstellen geschieht (z. B. Zusammenstoß zweier Kanten gleichzeitig für Gesichts- und Tastsinn). Auf einer so verwickelten Verknüpfung beruht es auch, wenn durch Zusammenwirken zweier Sinne die Wahrnehmung von Dreidimensionalität zustande kommt. Diese Wahrnehmung ist also weit davon entfernt, zur Erfahrung erster Stufe zu gehören.

Aus unserer Definition der DZ geht hervor, daß eine Klasse, die aus endlich vielen einzelnen, höchstens zweidimensionalen Teilklassen besteht, nicht dreidimensional sein kann. Dies ist sowohl geometrisch abstrakt als auch anschaulich leicht zu erschließen. So kann die primäre Welt, die aus den einzelnen Sinnesgebieten besteht, auch nur  $(2 + 1)$ -dimensional sein.

8. Der gleiche Schluß gilt auch für die Hinzunahme der Empfindungen der „andern Menschen“. Wir wollen die Frage ganz beiseite lassen, ob es überhaupt einen Sinn hat, etwas anderes als die Empfindungen eines Subjekts in Betracht zu ziehen, wenn von der primären Welt die Rede ist. Jedenfalls kann die DZ für einen irgendwie gedachten Gesamtbereich nicht höher sein als für die einzelnen Bereiche der (abzählbar vielen) Menschen, nämlich die Klassen ihrer Sinnesempfindungen, die durch Mitteilungen vereinigt werden. Dadurch wird die Tatsache nicht umgestoßen, daß die Mitteilung der Empfindungen eines Andern ein wichtiges Mittel ist, um die eigenen Empfindungen eines Andern ein wichtiges Mittel ist, um die eigenen Empfindungen dreidimensional zu ordnen. Aber dabei handelt es sich eben nicht um die Erfahrung

erster Stufe, sondern um ordnende Weiterverarbeitung, die in verschiedener Weise geschehen kann, kurz um das, was wir die Erfahrung zweiter Stufe genannt haben.

c) *Die sekundäre (physikalische) Welt*  
*ist (3 + 1)-dimensional*

Daß die sekundäre Welt, und zwar sowohl die gewöhnliche wie die physikalische, (3 + 1)-dimensional ist, bezweifelt niemand.

Die Frage der Gleichartigkeit dieser vier Dimensionen, die in der Relativitätstheorie eine große Rolle spielt, hat für unsere Überlegung keine Bedeutung. In jener Theorie handelt es sich ja nicht, wie bei unserer Frage, um eine kleinere oder größere DZ, sondern nur um das Verhältnis der Dimensionen zueinander, deren Zahl<sup>4</sup> dabei nicht in Frage gestellt wird.

Zuweilen wird versucht, die Zahl<sub>3</sub> der Raumdimensionen apriori abzuleiten. Zuweilen wird diese Zahl als empirischer Befund aufgefaßt, aber doch von höherem Grade der Sicherheit als sonstige empirische Tatsachen. Sie ist aber weder a priori noch a posteriori erkannt, weil überhaupt nicht erkannt, sondern beschlossen, gewählt: die primäre Welt hat (wie der vorige Abschnitt gezeigt hat) eine niedrigere DZ. Daß diese Wahl im bisherigen empirischen Verlaufe instinktmäßig und ohne Bewußtsein der Wahlfreiheit getroffen worden ist, kann die Tatsache dieser Freiheit und die Möglichkeit, jetzt mit Bewußtsein die Wahl zu vollziehen, nicht erschüttern. Zwar wird die bewußte Wahl, wenigstens soweit es sich einstweilen übersehen läßt<sup>3</sup>),

---

<sup>3</sup>Vgl. Jedoch den Entwurf einer fünfdimensionalen physikalischen Welt bei *Kaluza*, Berl. Akad. LIV, 966, 1922.

dieselbe DZ bestimmen, wie die bisherige instinktive: beide Arten der sekundären Welt, die gewöhnliche sowohl wie die physikalische, werden  $(3+1)$ -dimensional aufgebaut. Aber grundsätzlich ist die Einsicht, daß diese DZ auf Wahl beruht, dadurch von besonderer Wichtigkeit, daß diese DZ auf Wahl beruht, dadurch von besonderer Wichtigkeit, daß die in der sekundären Welt herrschende Kausalität oder Determiniertheit in enger Abhängigkeit von dieser Wahl steht; das wird in Abschnitt IV zu erörtern sein.

### III. Die Determiniertheit

#### a) *Begriff der Gesetzmäßigkeit;*

#### *determinierende und beschränkende Gesetze*

Wenn irgendein Element einer Klasse derart von andern Elementen abhängt, daß es eindeutig bestimmt ist, sobald eine gewisse Teilklasse der übrigen festliegt, so nennen wir die Abhängigkeitsbeziehung ein „determinierendes Gesetz“ und die Klasse „determiniert“. Enthält eine Klasse eine determinierte Teilklasse, so ist sie selbst determiniert.

*Beispiele.* 1. Die Zahlen einer summierten Rechnung. Jede Einzelzahl (Summand oder Summe) ist eindeutig zu bestimmen, wenn sämtliche anderen angegeben werden. 2. Die Tonhöhen der Saiten eines Klaviers. Jede einzelne ist bestimmt, sobald auch nur eine andere festliegt. Dies sind also Beispiele für die beiden extremen Fälle der determinierenden Gesetze, da im ersten zur eindeutigen Bestimmtheit eines Elements alle übrigen, im zweiten ein beliebiges der übrigen bestimmt sein muß.

Abhängigkeitsgesetze, die zwar für irgendein Element, selbst wenn alle übrigen bestimmt sind, nicht eindeutige Bestimmtheit ergeben, aber doch

die Möglichkeit für dieses Element einschränken, nennen wir „*beschränkende Gesetze*“.

*Beispiel.* Im allgemeinen gelten für die Worte eines Buches beschränkende Gesetze. Denn es ist zwar nicht jedes Wort eindeutig bestimmt, auch wenn noch so viele der übrigen bekannt sind; aber wenn genügend viele der ihm nahestehenden Wörter festliegen, so sind für es selbst nicht mehr alle Möglichkeiten offen.

Der Begriff der beschränkenden Gesetze wird erst später angewandt werden; zunächst wird nur von determinierenden die Rede sein.

„*Gesetzmäßigkeit*“ schreiben wir einem Bereiche zu, wenn für die Klasse seiner Elemente entweder determinierende oder wenigstens beschränkende Gesetze gelten. Die in den Gesetzen ausgedrückte Abhängigkeit denken wir hierbei rein funktional, nicht mit irgendeiner ontologischen Nebenbedeutung, etwa der der Wirkung.

Eine Teilklasse  $f$  einer determinierten Klasse heißt „*Freiheitsklasse*“, wenn kein Element von  $f$  durch die übrigen Elemente von  $f$  bestimmt ist. Zwischen den Elementen einer Freiheitsklasse bestehen also entweder gar keine oder nur beschränkende Gesetze. Jede Teilklasse einer Freiheitsklasse ist selbst Freiheitsklasse.

Hat eine determinierte Klasse  $k$  in ihrem Element  $E$  die DZ  $n$ , haben ferner diejenigen Teilklassen von  $k$ , die Freiheitsklassen sind und zu denen  $E$  gehört, in  $E$  die DZ  $p_1, p_2$  usw. und ist  $p$  die größte dieser Zahlen, so bezeichnen wir die Differenz  $n - p$  als den „*Determiniertheitsgrad*“ von  $k$  in  $E$ . Hat  $k$  in allen seinen Elementen den gleichen Determiniertheitsgrad  $q$ , so sagen wir:  $k$  hat eine *homogene Determiniertheit* vom  $q$ -ten Grade. Jede Freiheitsklasse ist eine Klasse mit homogener Determiniertheit vom nullten

Grade, aber nicht umgekehrt.

Von den genannten Beispielen kann das erste aufgefaßt werden als Klasse von der  $DZ_{-1}$  und homogener Determiniertheit nullten Grades, aber nicht als Freiheitsklasse; das zweite als Klasse von der  $DZ_{-1}$  und homogener Determiniertheit ersten Grades. Ein drittes Beispiel: In einer Tafel von Zahlen, die in Zeilen und Reihen angeordnet sind, gelte nur das Gesetz, daß jede Tafelreihe eine arithmetische Zahlenreihe darstelle. Dann kann ohne Verletzung dieses Gesetzes an jeder beliebigen Stelle eine Zeile willkürlich angesetzt werden; ja sogar beliebige Zeilenpaare bilden eine Freiheitsklasse, da jede Reihe erst durch zwei Zahlbestimmungen festliegt (analog zur später zu besprechenden physikalischen Kausalität). Die Klasse ist homogen determiniert vom ersten Grade.

Ist durch die determinierenden Gesetze einer Klasse  $k$  ein Element  $E$  von  $k$  bestimmt, sobald die Elemente einer gewissen Teilklasse  $b$  von  $k$  angegeben sind, zu der  $E$  nicht gehört, so heißt  $b$  eine „*Bedingungsklasse*“ von  $E$ . Jede Klasse, die eine Bedingungsklasse von  $E$  enthält, ist selbst Bedingungsklasse von  $E$ .

In dem dritten Beispiel ist eine Teilklasse dann Bedingungsklasse eines Elements  $E$ , wenn sie mindestens zwei Elemente enthält, die derselben Reihe angehören wie  $E$ , sonst aber beliebig sind.

### b) *Die Determiniertheit der physikalischen Welt*

Als Vertreter der sekundären Welt nehmen wir hier nur die physikalische, weil wir es bei ihr im Vergleich zur gewöhnlichen gerade in der Frage der Gesetzmäßigkeit mit begrifflich weit klareren Verhältnissen zu tun haben. Die Geltung der Kausalität im Sinne der Physik besagt: in der physikalischen Welt herrschen *determinierende Gesetze, und zwar sind alle Vorgänge eindeu-*

*tig bestimmt, wenn die Gesamtheit der Vorgänge eines beliebig kleinen Zeitabschnittes bestimmt ist.* Die Begriffe „bewirken“, „Ursache“ u. dgl. haben also mit dem physikalischen Begriff der Kausalität nichts zu tun. Dies wird besonders deutlich durch den Umstand, daß durch den Weltverlauf in dem beliebigen Zeitabschnitt nicht nur die späteren, sondern auch alle früheren Vorgänge eindeutig bestimmt sind.

Jener Ausdruck „beliebig kleiner Zeitabschnitt“ ist ungenau. Denn wenn der Zeitabschnitt endliche Länge hat, so tritt Überbestimmung ein; und anstatt von einem unendlich kleinen Zeitabschnitt zu sprechen, sagen wir genauer: Es muß die räumliche Verteilung gewisser Zustandsgrößen und ihrer ersten zeitlichen Differentialquotienten für einen beliebigen Zeitpunkt festliegen; diese Verteilung, aufgefaßt als Klasse der Raumpunkte, denen jene Größen zugeordnet sind, wollen wir kurz den „Weltzustand“ in dem betr. Zeitpunkt nennen; unter der physikalischen Welt verstehen wir dann die Vereinigungsklasse dieser Zustände, also die Klasse der Raumzeitpunkte.

Dieser „Weltzustand“ ist noch nicht der allgemeinste und genaue Ausdruck für die Teilklasse der physikalischen Welt, durch deren Bestimmtheit alles übrige mitbestimmt ist. Denn die Verteilung der Zustandsgrößen und ihrer Differentialquotienten in einem beliebigen Augenblick ist gleichbedeutend mit der Verteilung der Zustandsgrößen selbst ohne ihre Differentialquotienten in zwei benachbarten Zeitpunkten. Und diese ist wieder logisch äquivalent mit der gleichen Verteilung für zwei beliebige Zeitpunkte (diese ist durch jene bestimmt und umgekehrt). Falls wir daher unter einem Weltzustand, wie es logisch korrekter wäre, nur die Verteilung der Zustandsgrößen selbst verständen, so müßten wir für die eindeutige Bestimmtheit der ganzen physikalischen Welt zwei beliebige Weltzustände fordern. Wir wollen aber der Einfachheit halber unter einem Weltzustand die Differentialquotienten

mit einbegreifen und entsprechend für die Bestimmung nur einen Weltzustand fordern. Denn erstens ist dies anschaulicher und der üblichen Auffassung näher, und zweitens ist die DZ für zwei Weltzustände die gleiche wie für einen; auf unsere Untersuchung über DZ und Determiniertheitsgrad hat daher die Vereinfachung keinen Einfluß.

Der Weltzustand eines beliebigen Augenblicks, durch den alles übrige bestimmt ist, ist selbst in dem Sinne willkürlich, als es kein physikalisches Gesetz gibt, das den Zustand eines Raumteils determiniert oder auch nur in seinen Möglichkeiten einschränkt; wenn auch noch so viel von dem Zustand der übrigen Welt im gleichen Augenblick festliegt. Zwar kommen gewiß nicht alle möglichen (d. h. aus wirklichen Teilgebietszuständen verschiedenen Ortes und verschiedener Zeiten willkürlich zusammengesetzten) Weltzustände auch in Wirklichkeit irgendeinmal vor; aber es gibt kein physikalisches Gesetz, das die wirklichen von den möglichen unterscheidet. Also ist jeder Weltzustand eine Freiheitsklasse.

*Bedingungsklasse* irgendeines Elementes  $E$  ist aber schon eine hinreichend große, endliche Teilklasse eines Weltzustandes (Zustand eines Raumteils). Hat dieser Weltzustand von  $E$  den zeitlichen Abstand  $t$ , und bezeichnet  $c$  die maximale Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Energie (nach heutiger Erkenntnis die Lichtgeschwindigkeit), so ist eine Teilklasse des Weltzustandes Bedingungsklasse von  $E$ , wenn sie die um den „Ort von  $E$ “ mit  $t c$  beschriebene Kugel enthält. (Anders ausgedrückt: Jeder Querschnitt durch den Minkowskischen „Vor- und Nachkegel“, dessen Spitze in  $E$  liegt, ist Bedingungsklasse von  $E$ .) Begründung (in üblicher Sprache): Wenn ein außerhalb dieser Kugel befindliches Element des Weltzustandes eine Wirkung auf  $E$  soll-

te ausüben können, so müßte sich diese Wirkung in der Zeit  $t$  um eine den Radius  $t c$  übersteigende Strecke fortpflanzen, also mit größerer Geschwindigkeit als  $c$ , was der Definition von  $c$  widerspräche.

Auch dieses Bedingungsverhältnis (nicht nur das auf einen ganzen, Unendlichen Weltzustand bezogene) ist ein rein logisches Verhältnis, das in dieser Form nicht in der Praxis der physikalischen Wissenschaft angewandt werden kann. Denn in jedem endlichen Raumteil liegen unendlich viele Argumente und somit Funktionswerte der Zustandsgrößen. Auch abgesehen davon, daß diese unendlich vielen Werte festzustellen praktisch unmöglich ist, ist es auch grundsätzlich unmöglich, sie anzugeben, da es sich ja nicht um eine gesetzmäßige Funktion handelt. Die Determiniertheit selbst wird dadurch nicht angefochten; denn es ist wohl zu unterscheiden zwischen der logischen Eigenschaft der eindeutigen Bestimmtheit und der praktischen Eigenschaft der Berechenbarkeit. Aber für die praktische Anwendbarkeit muß das Abhängigkeitsverhältnis etwa so ausgedrückt werden: Der Wert der bestimmenden Zustandsgrößen in einem beliebigen Raumzeitpunkt ist eindeutig bestimmt (genauer: wird ausgedrückt durch eine Wahrscheinlichkeitsfunktion), wenn die Werte dieser Größen für einen beliebigen Zeitpunkt (bzw. zwei) in einem hinreichend großen, endlichen Raumteil gegeben sind, und zwar angegeben entweder für die Punkte eines Gitters oder in ihren Durchschnittswerten für endliche Teile des Raumteils oder in Gestalt einer aus solchen endlich vielen Angaben interpolierten gesetzmäßigen Funktion.

Auf diese für die Anwendung erforderliche Modifikation im Ausdruck des Abhängigkeitsverhältnisses wird im folgenden keine Rücksicht genommen, da sie keinen grundsätzlichen Einfluß auf unsere Untersuchung hat.

Die bisher betrachtete Eigenart der physikalischen Kausalität wollen wir ihren „*allgemeinen Charakter*“ nennen, der also die besondere Beschaffenheit

der das Abhängigkeitsverhältnis ausdrückenden Naturgesetze, die DZ der physikalischen Welt u. dgl. nicht einbegreifen soll. Weniger genau, aber anschaulich gesagt, besteht der allgemeine Charakter der physikalischen Kausalität darin, daß Vergangenheit und Zukunft durch die Gegenwart ein. deutig bestimmt sind, die Verhältnisse der Gegenwart selbst aber in sich keinem Gesetz unterworfen sind. Nun läßt sich zeigen: Eine Gesetzmäßigkeit von dem allgemeinen Charakter der physikalischen Kausalität ist eine homogene Determiniertheit ersten Grades, unabhängig von der DZ der Welt.

Daß die *Gesetze* dieses allgemeinen Charakters determinierende und nicht etwa bloß beschränkende sind, folgt aus der genannten eindeutigen Bestimmtheit.

Die physikalische Welt möge die DZ  $(q+1)$  haben. Für die folgende Überlegung setzen wir  $q$  nicht als bekannt voraus, um zu zeigen, daß der abzuleitende Determiniertheitsgrad, in dem  $q$  nicht mehr auftritt, unabhängig von der DZ ist. Es muß zunächst gezeigt werden, daß *irgendeine Teilklasse (a) von derselben DZ wie die Welt., also  $(q + 1)$ , nicht Freiheitsklasse sein kann.* Verstehen wir unter einer  $p$ -dimensionalen Kugelklasse um den Mittelpunkt  $C$  mit dem Radius  $r$  die Teilklasse aller Elemente einer  $p$ -dimensionalen Klasse, deren Entfernung vom Element  $C$  gleich oder kleiner als  $r$  ist, so gilt der Satz: Jede stetige  $p$ -dimensionale Teilklasse einer  $p$ -dimensionalen Klasse enthält  $p$ -dimensionale Kugelklassen vom Radius  $r$ , wofern nur  $r$  hinreichend klein gewählt wird. Also enthält auch jene Teilklasse  $a$  von der DZ  $(q + 1)$   $(q + 1)$ -dimensionale Kugelklassen.  $k_1$  sei eine solche; ihr Mittelpunkt sei  $c_l$ , ihr Radius  $r_1$ . Wir nehmen denjenigen Durchmesser von  $k_1$ , der die Richtung der Zeitdimension hat, als Achse. Der auf diese Achse bezogene Äquatorschnitt, eine  $q$ -dimensionale Kugelklasse  $k_2$  um  $C_1$  mit  $r_1$ , ist dann die innerhalb von  $k_1$  liegende Teilklasse des Weltzustandes von  $C_l$ . Nach dem oben

über die Bedingungsklasse Gesagten ist  $k_2$  Bedingungsklasse jedes Elements, das auf der Achse um weniger als  $t = r_1/c$  von  $C_1$  entfernt liegt. Da mindestens ein Teil dieser Elemente zu  $k_1$ , und damit zu  $a$  gehören muß, so enthält  $a$  Elemente, von denen es auch die Bedingungsklasse enthält.  $a$  ist also keine Freiheitsklasse.

Für jedes Element  $E$  der physikalischen Welt gilt folgendes.  $E$  gehört zu einem Weltzustand; diesen nennen wir  $e$ .  $e$  hat in  $E$  die DZ  $(q + 0)$ , also  $q$ , und ist Freiheitsklasse, wie jeder Weltzustand. Die größte der DZ, die irgendeine Freiheitsklasse in  $E$  hat, ist also mindestens  $q$ . Sie ist aber auch genau gleich  $q$ , da, wie soeben bewiesen keine Teilklasse der Welt von der DZ  $(q + 1)$  Freiheitsklasse sein kann. Da nun die DZ der Welt  $(q + 1)$  ist, so ist nach der Definition des Determiniertheitsgrades dieser in  $E$  gleich  $(q + 1) - q$ , also 1. Da diese Überlegung für jedes Element gilt, so ist die *Determiniertheit homogen vom ersten Grade*.

c) *Die primäre Welt zeigt keine Determiniertheit*

Daß der Ablauf der ungedeuteten Sinnesempfindungen durch keinerlei determinierende Gesetze geregelt ist, ist leicht einzusehen, wenn auch dieser Satz einer verbreiteten Meinung widerspricht. Wir betrachten wie bei der Untersuchung der DZ zunächst die einzelnen Sinnesgebiete eines einzelnen Subjekts, darauf ihr Zusammenwirken und zuletzt die Mitwirkung der Sinnesempfindungen anderer Subjekte. Sodann ist zu zeigen, daß ein Rückschluß von der physikalischen Gesetzmäßigkeit her nicht möglich ist.

1. *Der Gesichtssinn*. Der wichtigste Teilbereich der primären Welt ist die zeitliche Reihe der einander ablösenden Gesichtsfelder. Daß die Elemente eines Gesichtsfeldes, also die gleichzeitigen Empfindungen, einander nicht bedingen, leuchtet ein: Irgendein Element, d. h. die Farbe einer bestimmten

Gesichtsfeldstelle, bleibt unbestimmt, mag von dem übrigen Felde auch noch so viel gegeben sein. Die vielfach geglaubte Abhängigkeit pflegt ja auch nicht solche gleichzeitigen Empfindungen zu betreffen, sondern aufeinander folgende. Ist nun vielleicht ein Element eindeutig bestimmt, wenn das zeitlich unmittelbar vorhergehende Gesichtsfeld festliegt, oder vielleicht eine ganze Reihe von Gesichtsfeldern? Auch das ist nicht der Fall. Sonst würden überraschende Gesichtsempfindungen nur die Folge der mangelhaften Erinnerung und der Unbekanntheit der Abhängigkeitsfunktion sein. Aber z. B. die Gesichtsempfindung eines Steines in einer vorher nie betretenen Wüste oder die eines neu aufleuchtenden Sternes ist sicherlich nicht durch die vorhergegangenen Gesichtsempfindungen bedingt, und aus ihnen auch nicht bei vollkommener Erinnerung und vollkommener Kenntnis irgendwelcher etwa vorhandenen determinierenden Gesetze zu erschließen.

Dem Bereich ist aber nicht nur die Determiniertheit abzusprechen, sondern es gelten in ihm auch nicht einmal beschränkende Gesetze. Für irgendeine Stelle eines Gesichtsfeldes ist keine Farbe grundsätzlich ausgeschlossen, auch nachdem das ganze übrige Gesichtsfeld und beliebig viele vorher und nachher festliegen.

Allerdings hat von zwei räumlich oder zeitlich benachbarten Gesichtsfeldelementen das eine häufiger die Farbe des anderen als irgendeine andere bestimmte Farbe; aber es kann auch jede andere Farbe haben. Es gelten also zwar weder determinierende noch beschränkende Gesetze, aber doch Häufigkeitsfunktionen sowohl für die räumliche Verteilung der gleichzeitigen Elemente, als auch für die zeitliche Reihe. Auf solchen Häufigkeitsfunktionen verwickelterer Art beruht die Möglichkeit von Voraussagen.

2. *Die anderen Sinne.* Für jedes andere Sinnesgebiet kommt eine entsprechende Überlegung zu dem gleichen Ergebnis. Sie kann jedoch hier übergangen werden, da dabei weniger Zweifel begegnen werden als beim Gesichtssinn.

3. *Die Gesamtheit der Sinnesgebiete.* Wenn auch in jedem einzelnen Sinnesgebiet keine Determiniertheit vorliegt, so könnte doch ein Element eines Sinnes durch die eines anderen Sinnes eindeutig bestimmt werden.

*Beispiel:* Wenn die Gesichtsempfindungen vorliegen, die auf der zweiten Stufe als zweimaliges Anschlagen einer Glocke gedeutet werden würden, ferner auch die mit dem ersten Anschlagen gleichzeitige Gehörempfindung, muß dann diese gleiche auch wieder gleichzeitig mit dem zweiten Anschlagen gegeben sein? Ist es in keiner Weise möglich, eine Erfahrung erster Stufe zu bewirken, in der diese zweite Gehörempfindung fehlt? Doch; es ist nur nötig, das hervorzurufen, was man in der Sprache der Erfahrung zweiter Stufe, die wir ja fast immer zu sprechen pflegen, eine Sinnestäuschung nennt. Der Anschlag muß etwa so geschehen, daß die Glocke nicht zum Tönen kommt, während der erste Ton von einer nicht gesehenen Glocke ausgeht.

Beispiele von Sinnestäuschungen zeigen, daß keine eindeutige Bestimmtheit besteht. Zwar ließen sich wohl auch Fälle denken, in denen die erforderliche Sinnestäuschung mit unseren technischen Mitteln nicht künstlich hervorgerufen werden kann. Aber die genauere Überlegung zeigt dann doch, daß auch unter solchen Umständen die entsprechende Erfahrung erster Stufe nicht grundsätzlich unmöglich erscheint. Die üblichen Erwartungsurteile, die von einem Sinn auf einen anderen schließen, setzen stets die „normale“ Beschaffenheit der Umgebung voraus.

Genau genommen sind die Gesichtsfelder der beiden Augen (um als Beispiel

wieder den auch für diese Frage wichtigsten Sinn heranzuziehen), nicht durch Entfernung und Richtung des sich abbildenden Gegenstandes bestimmt, sondern nur durch die Richtungen, die die beiden Strahlenbüschel beim Eintritt in die Augen haben. Die gewöhnlich angenommene und praktisch freilich fast immer bestätigte Auffassung, daß Entfernung und Richtung des Gegenstandes doch eindeutig einwirkten und daher auch eindeutig erschlossen werden könnten, gilt nur unter der grundsätzlich niemals nachprüfbaren Voraussetzung, daß unsere Umgebung jetzt gerade den optischen Zustand hat, den wir „normal“ zu nennen pflegen.

Ferner ist zu bedenken, daß die Erfahrung erster Stufe (im Gegensatz zu der der zweiten Stufe) durch die Zustandsänderungen der Sirmesorgane und des Nervensystems die stärksten Einwirkungen erfahren kann. Daß wir eine „nicht normale“ Beschaffenheit der Erfahrung erster Stufe häufig auf einen „nicht normalen“ Zustand der Organe oder Nerven zurückführen werden, ändert nichts daran, daß dann die Erfahrung erster Stufe eben doch jene Beschaffenheit hat, also der Verlauf der primären Welt sich als ein undeterminierter erweist.

4. *Die Mitwirkung fremder Empfindungen.* Nehmen wir die Empfindungen anderer Subjekte hinzu, so müssen wir zunächst wieder, wie bei der Erörterung der DZ , den Vorbehalt machen, daß es hier dahingestellt bleiben mag, ob dieses Hinzunehmen bei der Betrachtung der primären Welt zulässig oder auch überhaupt sinnvoll sei. Auch bei der Zusammenfassung der Empfindungen mehrerer Subjekte kommen wir ebenso wie bei der Zusammenfassung der verschiedenen Sinnesgebiete zu dem Ergebnis der Undeterminiertheit, wenn wir die vorhin angeführten Tatsachen der Überlegung zugrunde legen, also im Beispiel des Gesichtssinnes: die nicht eindeutige Beziehung zwischen dem Orte (und, wie wir hinzufügen können, der Beschaffen-

heit) eines Körpers und dem in die Augen eintretenden Lichtbündel, und die infolge der zwischengeschalteten Organe nicht eindeutige Beziehung zwischen diesen Lichtbündeln und der Empfindung.

5. *Der Rückschluß von der Determiniertheit der physikalischen Welt.* (Dieser Abschnitt dient zur Abwehr eines Einwandes und kann übersprungen werden.) Schon in den letzten Überlegungen war von Körpern, Lichtbündeln, Netzhaut, Nerven usw. die Rede. Obwohl hier die primäre Welt zur Erörterung steht, müssen diese Gegenstände der sekundären Welt zu Hilfe genommen werden, weil die Einwände gegen die Behauptung der Undeterminiertheit der primären Welt vom Standpunkt der sekundären Welt aus gemacht werden und vom gleichen Standpunkt aus widerlegt werden müssen. Denn selbst wenn jemand uns nur seine Erfahrung erster Stufe angibt (d. h. die Empfindungen, die er gehabt hat, ohne ihre Dingzusammenfassungen, Deutungen usw.), so pflegen wir ja doch immer zu versuchen, diese angegebenen Empfindungen zu erklären, d. h. sie der determinierten sekundären Welt gesetzmäßig einzufügen. Und so muß auch die Behauptung irgendeiner Beschaffenheit der primären Welt (hier: ihrer Undeterminiertheit) sich stets vor dem Forum der Erfahrung zweiter Stufe rechtfertigen, da die Möglichkeiten für deren Beschaffenheit als einigermaßen bekannt gelten.

Eine andere Wendung des von der sekundären Welt ausgehenden Bedenkens gegen unsere These, die im Grunde mit jenen Einwänden eng zusammenhängt, lautet so: In der physikalischen Welt herrschen determinierende Gesetze. Nun besteht die schon besprochene Zuordnungsbeziehung zwischen dieser und der primären Welt, durch die einigen bestimmten Teilklassen der physikalischen Welt eindeutig bestimmte Empfindungselemente substituiert

werden können. Müßte es da nicht möglich sein, durch diese Substitutionen aus den determinierenden Gesetzen der physikalischen Welt ebensolche der primären Welt abzuleiten? Aus zwei verschiedenen Gründen ist dies nicht möglich.

*Erstens* ist die sekundär-primäre Zuordnung zwar nach eindeutig, aber nicht voreindeutig (also nicht eineindeutig, sondern mehrdeutig): jedem Primärelement oder -komplex ist eine groß  $E$  Anzahl verschiedener physikalischer Komplexe zugeordnet. Dies beruht nicht nur auf der Mehrdeutigkeit der Lokalisation und auf der Reizschwelle, sondern gilt vor allem auch für die Empfindungsqualitäten. Z. B. sind einer bestimmten Farbempfindung unendlich viele Schwingungsformen zugeordnet, die sich durch die Phasendifferenzen ihrer Komponenten und die Richtung des Schwindungs-unterscheiden. Ähnliches gilt für die Schallempfindungen. Das Hindernis, das die Mehrdeutigkeit der Zuordnung für die in Frage stehende Substitution bildet, beruht darauf, daß die determinierenden Gesetze Bedingungsverhältnisse ausdrücken. Für die Substitution an Stelle des Bedingten genügt die Nacheindeutigkeit der Zuordnung, aber für die Substitution des Bedingenden, müßte die Zuordnung auch voreindeutig sein. Dieser Zusammenhang läßt sich am besten in der Sprache der Relationstheorie (nach *Russell*) ausdrücken: Bezeichnet  $P$  die asymmetrische Bedingungsbeziehung der physikalischen Gesetze,  $Z$  jene sekundär-primäre Zuordnung,  $\check{Z}$  ihre Umkehrung, so könnte das Relationsprodukt  $\check{Z} | P | Z$  angesprochen werden als die gesuchte Bedingungsbeziehung innerhalb der primären Welt. Diese Beziehung ist nun (nach-)mehrdeutig, weil zwar  $Z$  und  $P$  (nach-)eindeutig sind,  $\check{Z}$  aber nicht. Sie kann also keine determinierenden, sondern nur beschränkende Gesetze liefern.

Der *zweite Grund* liegt darin, daß jene Substitutionen nur in einer gewissen Teilklasse ( $g$ ) der physikalischen Welt möglich sind.

Betrachten wir nur ein Subjekt, so umfaßt  $g$  diejenigen Oberflächenteile physikalischer Körper, die gerade Gegenstand seiner Empfindung sind; in erster Linie denken wir hierbei immer an Gesichtsempfindungen. (Hier sei nicht auf die Frage eingegangen, ob man nicht, um jene Zuordnung ausnahmslos (nach-)eindeutig zu machen, an Stelle dieser Oberflächenteile gewisse Vorgänge der sensiblen Sphäre der Großhirnrinde als Vorbereich der Zuordnung nehmen müßte.)

Diesem zweiten Grunde ist es zuzuschreiben, daß sich *nicht einmal beschränkende Gesetze* ergeben. Denn jede Bedingungsklasse eines physikalischen Elements, die zeitlich genügend weit von ihm entfernt ist, um zu anderen Primärelementen zu gehören, ist zu ihrem weitaus größten Teil nicht in  $g$  enthalten, also jenen Substitutionen nicht unterwerfbar.

Um uns diesen Sachverhalt *anschaulich zu machen*, nehmen wir an, der Abstand zwischen Bedingungsklasse und  $E$  müsse, damit sie zu verschiedenen Primärelementen gehören, mindestens 0,001 Sek. betragen. Dann muß (vgl. Abschn. IIIb) die Bedingungsklasse eine Kugel vom Radius 0,001  $c$ , also 300 km, enthalten. Daß eine solche Teilklasse der physikalischen Welt stets (und zwar zum allergrößten Teil) Elemente enthält, die nicht zu  $g$  gehören, leuchtet ein. Die Substitution für die Bedingungsklasse ist also nicht ausführbar.

Die genauere Ableitung in Ausdrücken der Relationstheorie müssen wir uns versagen, weil diese Theorie trotz ihrer Fruchtbarkeit für derartige Untersuchungen leider heute noch nicht als bekannt vorausgesetzt werden kann.

## IV. Der Zusammenhang der beiden Fiktionen

In den bisherigen Überlegungen sind zwei Beschaffenheiten der konstruierten physikalischen Welt als Fiktionen erkannt worden, d. h. als Eigenschaften, die ihr kraft der Konstruktion beigelegt werden, ohne in der den Ausgangspunkt der Konstruktion bildenden primären Welt zu gelten: nämlich die DZ  $(3 + 1)$  gegenüber der der primären Welt  $(2 + 1)$ , und die Determiniertheit ersten Grades gegenüber der Undeterminiertheit der primären Welt. Es soll jetzt gezeigt werden, welcher bedingende Zusammenhang zwischen den beiden Fiktionen besteht.

Angenommen, die DZ der sekundären (insbesondere der physikalischen) Welt sei noch nicht bekannt. Wir bezeichnen sie mit  $DZ_s$  und die der primären Welt mit  $DZ_p$ .  $DZ_p$  ist bekannt als  $(2+1)$ . Es soll versucht werden, auf Grund des bekannten Charakters der physikalischen Kausalität  $DZ_s$  zu bestimmen. Diejenige Teilklassse der sekundären Welt, die alle und nur die Elemente umfaßt, denen Elemente der primären zugeordnet sind, hatten wir mit  $g$  bezeichnet. Ihre DZ bezeichnen wir mit  $DZ_g$ , und den Determinierungsgrad der beiden Klassen mit  $DG_s$ , und  $DG_g$ .

Nun läßt sich zeigen, daß  $g$  eine Freiheitsklasse ist, d. h., daß zwischen den Elementen von  $g$  keine determinierenden Gesetze gelten. Würde dies nämlich der Fall sein, so hätten wir damit Abhängigkeitsbeziehungen zwischen solchen Sekundärelementen, denen Primärelemente zugeordnet sind. Würden wir nun in diesen Abhängigkeitsbeziehungen die Sekundärelemente durch die ihnen zugeordneten Primärelemente ersetzen, so bekämen wir zwar infolge der Mehreindeutigkeit der Zuordnung keine eineindeutigen, wohl aber mehrdeutige Abhängigkeitsbeziehungen zwischen Primärelementen, also be-

schränkende Gesetze in der primären Welt. Das würde aber unserem Befund von dieser Welt widersprechen.

Die Herleitung der beschränkenden Gesetze der primären Welt aus determinierenden der sekundären entspricht genau unserer Überlegung im ersten Teile von Abschn. IIIc<sub>5</sub>. Es liegt nun der Einwand nahe, man müsse entsprechend unserer damaligen Überlegung im zweiten Teile von IIIc<sub>5</sub> auch hier schließen, daß aus den determinierenden Gesetzen der sekundären Welt sich nicht einmal beschränkende Gesetze der primären ableiten lassen; damit wäre dann der soeben gegebene indirekte Beweis für  $g$  als Freiheitsklasse hinfällig. Aber die damalige Überlegung läßt sich hier nicht anwenden. Damals handelte es sich um determinierende Gesetze für die ganze Welt, und es zeigte sich, daß die in Betracht kommende Bedingungsklasse eines Elements zum größten Teile gar nicht in  $g$  enthalten ist. Hier aber ist die Rede von determinierenden Gesetzen innerhalb von  $g$ . Hier würde also die Bedingungsklasse eines Elements in bezug auf dieses Gesetz ganz in  $g$  enthalten und damit den Substitutionen der sekundär-primären Zuordnung unterwerfbar sein.

Da  $DZ_p$  gleich  $(2+1)$  oder, wenn wir die Summandenzerlegung hier nicht berücksichtigen, gleich 3 ist, so ist  $D_g \geq 3$ , weil jedem Primärelement ein Element von  $g$  entspricht.

Aus einem Satz der Punktmengenlehre (vgl. die *Peanosche* Kurve) folgt, daß dieser Schluß nur unter der folgenden Voraussetzung gilt: Es gibt in der primären Welt gleichdimensionale Teilgebiete, in denen die Nachbarschaftsbeziehung, auf die sich die Definition der  $DZ$  bezieht, hier also die raumzeitliche Nachbarschaft, stets auch einer raumzeitlichen Nachbarschaft in der sekundären Welt entspricht. Ein Beispiel zur Veranschaulichung: Häufig entsprechen zwei benachbarten Elementen des Gesichtsfeldes zwei getrennte Elemente der sekundären Welt, nämlich solche,

die vom Auge aus in nahezu gleicher Richtung, aber verschiedener Entfernung liegen. Aber es gibt auch Flächenstücke im Gesichtsfeld, denen zusammenhängende Flächenstücke der physikalischen Welt zugeordnet sind, z. B. ein mit einem Male überblickbares Stück einer Körperoberfläche. Die genannte Voraussetzung ist also erfüllt. Die Umkehrung folgt hieraus nicht; daher die Ungleichung  $DZ_g \geq 3$ .

$E$  sei ein Element von  $g$ .  $g$  ist Freiheitsklasse, und  $DZ_g \geq 3$ . Sind  $p_1, p_2$  usw. die  $DZ$  der Freiheitsklassen, zu denen  $E$  gehört, in  $E$ , und  $p$  die größte dieser Zahlen, so ist also  $p \geq 3$ .  $DG_g$  in  $E$  ist dann gleich  $DZ_{g-p}$ , also kleiner oder gleich  $DZ_g - 3$ .

Wünschen wir nun die Konstruktion der sekundären Welt so vorzunehmen, daß in ihr im Gegensatz zur primären eine determinierende Gesetzmäßigkeit gilt, so liegen für eine solche die verschiedensten Möglichkeiten vor. Hier können wir nicht auf die Erörterung darüber eingehen, von welchen Gesichtspunkten sich die Wahl leiten lassen müßte, oder worauf es zurückzuführen ist, daß die uns bekannten Formen der sekundären Welt, die gewöhnliche des täglichen Lebens und die physikalische, gerade eine bestimmte Art der Gesetzmäßigkeit zeigen. Wir nehmen an, wir wünschten in die sekundäre Welt eine Gesetzmäßigkeit von der Art einzuführen, die wir früher als den allgemeinen Charakter der physikalischen Kausalität bezeichnet haben (Abschn. IIIb). Dieser Charakter war sowohl unabhängig von der  $DZ$  des Bereichs als auch von der besonderen Eigentümlichkeit der einzelnen Abhängigkeitsgesetze. Dieser Wunsch (zu dem wir freilich nicht genötigt sind) zwingt uns dann nach dem oben Abgeleiteten, der sekundären Welt homogene Determiniertheit ersten Grades zu geben. Aus der Homogenität folgt, daß  $DG_g$  gleich dem von uns gefundenen Wert für  $DG_g$  in  $E$  ist, also  $DG_g \leq DZ_g - 3$ . Da nun  $DG_g$

gleich 1 sein soll, so erhalten wir:  $1 \leq DZ_s - 3$ , also:  $DZ_s \geq 4$ . Die *DZ der sekundären Welt ist also mindestens gleich 4 oder (3 + 1)*.

Wenn man den Dimensionen der sekundären Welt Bedeutungen beilegt, die aus der primären entnommen sind (was, wie die allgemeine Relativitätstheorie zeigt, nicht etwa unumgänglich ist), so pflegt man sowohl in der gewöhnlichen, wie in der physikalischen Welt die Veränderung stets an der Zahl der Raumdimensionen anzubringen. Die Einzahl der Zeitdimension anzutasten, liegt auch allem Anschein nach kein Grund vor. Wir bescheiden uns deshalb auch damit, diese Einzahl stets stillschweigend vorauszusetzen, zumal die Summandenzerlegung der *DZ* in Raum- und Zeitdimensionen für unsere Untersuchung nur von geringer Bedeutung ist.

So hat uns der allgemeine Charakter der physikalischen Kausalität zur Erhöhung der *DZ* gezwungen. *Die Fiktion der Drei-dimensionalität des Raumes ist die Logische Folge der Fiktion der physikalischen Kausalität.* Und zwar ist es Vorbedingung für jenen Charakter der Kausalität, daß der Raum nicht weniger als drei Dimensionen hat; und der Umstand, daß wir dem Raume nicht mehr als drei Dimensionen beilegen, hat zur Folge, daß die Determiniertheit von keinem höheren als dem ersten Grade sein kann.

### **Zusammenfassung der Ergebnisse**

I. In der *Erfahrung* sind zwei Stufen zu unterscheiden: Die primäre Welt besteht aus den noch nicht dinglich gedeuteten Sinnesempfindungen in ihrer einfachsten Ordnung nach Zeit-, Raum- und Qualitätsunterschieden. Alle Ordnung und Verarbeitung der Erfahrung von solcher Art, daß sie auch weggelassen werden kann, rechnet zur zweiten Stufe. Ihr Inhalt ist die sekundäre Welt; Beispiele: die gewöhnliche Welt des täglichen Lebens und die physika-

lische Welt.

II. Der Begriff der Dimensionszahl (DZ ) wird festgelegt. Während die sekundäre (die gewöhnliche und die physikalische) Welt die DZ  $(3 + 1)$  hat (d. h. 3 Raum- und 1 Zeitdimension), ergibt die Untersuchung für die primäre Welt (den Bereich der urgedeuteten Sinnesempfindungen) nur die DZ  $(2+1)$ . Die Konstruktion der sekundären Welt schließt also eine Erhöhung der DZ um 1 ein.

III. Nach einer Bestimmung des Begriffs der determinierenden und der beschränkenden *Gesetze* zeigt sich: In der sekundärer (physikalischen) Welt gelten determinierende Gesetze bestimmter Art (ersten Grades). In der primären Welt bestehen weder determinierende noch auch bloß beschränkende Gesetze. Der Aufbau der sekundären Welt führt also die Determiniertheit neu ein.

IV. *Die beiden* in die sekundäre Welt eingebauten *Fiktionen*: Dreidimensionalität des Raumes (gleichbedeutend mit Vierdimensionalität des Weltgeschehens) und Determiniertheit oder physikalische Kausalität stehen in *logischem Abhängigkeitsverhältnis* zueinander. Die erste ist durch die zweite bedingt.